Математика: проблемные задачи и задания

И. В. Трайтяк,
учитель математики высшей категории
СШ № 13 г. Жлобина им. В. В. Гузова

Как организовать учебный процесс при обучении школьников математике, чтобы у ребят появился интерес к изучаемому предмету? Дети по природе пытливы и любознательны. Создание в классе атмосферы, распологающей к размышлению над поставленной проблемой и поиску ее решения или решений, стимулирует у учащихся познавательную активность. В процессе решения проблемных задач на уроках математики, дети учатся рассуждать, обосновывать и отстаивать свою точку зрения, выдвигать гипотезы и делать выводы, ставить цели и искать пути их достижения. Главна задача учителя при подборе и составлении проблемных задач и заданий – учитывать доступность, подаваемого материала, посильность его выполнения, увлекательность содержания и уровень обученности учащихся.

Для повышения уровня познавательной активности учащихся целесообразно на учебных занятиях по математике применение методов проблемного обучения.

Дети в силу своих возрастных особенностей отличаются высокой любознательностью. Они готовы преодолеть любые трудности, лишь бы увидеть, узнать, отгадать встретившуюся на их пути тайну. Согласно М.И. Махмутову: «Проблемное обучение – это тип развивающего обучения, в котором сочетаются систематическая самостоятельная поисковая деятельность учащихся с усвоением ими готовых выводов науки, а система методов построена с учетом целеполагания и принципа проблемности; процесс взаимодействия преподавания и учения ориентирован на формирование познавательной самостоятельности учащихся, устойчивости мотивов учения и мыслительных (включая и творческие) способностей в ходе усвоения ими научных понятий и способов деятельности, детерминированного системой проблемных ситуаций». Постановка проблемы или создание проблемной ситуации заключается в представлении учебного материала урока доступно, образно и ярко в виде излагаемой проблемы

Проблемные ситуации могут создаваться на различных этапах процесса обучения: при объяснении, закреплении, контроле.

Проблема должна содержать в себе познавательное затруднение (то есть неизвестную отрасль знания, которую необходимо познать); быть связанной с эмоциями субъекта (новизна; неудовлетворенность имеющимися знаниями; удивление); предусматривать возможность выдвигать гипотезы; отражать специфику учебной дисциплины.

Постановка учебной проблемы осуществляется в несколько этапов. Сразу нужно проанализировать проблемную ситуацию, затем обеспечить осознание сущности затруднения (видение проблемы) и сформулировать проблему.

В своей работе учитываю требования к выдвигаемой проблеме, такие как доступность, посильность, заинтересованность учащихся, естественность постановки проблемы. Подбираю проблемные ситуации и виды учебной деятельности с учетом уровня обученности учащихся.

В 5-7 классах в основном использую методы проблемного изложения, иногда частично-поисковый метод.

Практикую следующие методы:

1. **Подводящий или побуждающий диалог**, который позволяет выработать у учащихся способность слушать и слышать, а так же активно участвовать в учебном процессе.

Так при изучении распределительного закона умножения относительно сложения (5 класс) предлагаю решить задачу двумя способами:

«Из двух городов в противоположных направлениях одновременно выехали два автомобиля. Скорость первого 70 км/ч, скорость второго 80 км /ч. Встреча произошла через 4 часа. Найдите расстояние между городами».

1 способ: $70·3 + 80·3 = 210+240=450$ км.

2 способ: $(70+80)·3=450$ км.

Организую диалог: «Обратите внимание на одинаковый результат. Какой способ более удобный?». Ученики делают вывод, что

$ab + ac = a·(b+c)$

Затем предлагаю примеры на применение распределительного закона в различных ситуациях.

2. **Метод проблемных вопросов**, проблемных задач, заданий, требующих логики рассуждения, обоснования, обобщения, конкретизации.

В качестве проблемной задачи при изучении темы: «Признаки делимости» (5 класс) предлагаю задачу: «Как, используя признаки делимости на 2,3,5,9 определить признак делимости на 6,15,18».

Предполагаемое решение: $6=2·3$; $15=3·5$; $18=2·9$.

Последующий логический вывод - чтобы число делилось на 6, оно должно делиться на 2 и на 3. Аналогично ведутся рассуждения для каждого случая.

После изучения правила нахождения НОД и НОК нескольких чисел(5 класс), предлагаю найдти НОД и НОК следующих чисел:

(12;24;48) (10;20;60) (7;21;42) ……

Задаю вопрос: Как в данных примерах можно найти НОД и НОК не используя разложения на множители, а более рациональным способом.

3. **Метод поисковой беседы**: при изложении нового материала формулирую проблему в виде вопроса, ответ на который не содержится в накопленных учащимися знаниях. Веду поисковую беседу с подготовленными заранее вопросами.

Например, при изучении темы «Простые числа» (5 класс) веду диалог: «Как называются числа, с которыми мы выполняем арифметические действия? (предполагаемый ответ – натуральные). Охарактеризуйте числа, которые записаны в первом ряду. Чем они отличаются от чисел второго ряда?» Учащиеся делают вывод, что числа первого ряда делятся только на себя и на 1 (*Эти числа называются простыми, а числа второго ряда - составными). Н*а доске записываю два ряда чисел:

2,3,5,7,11,13,17,…….

4,6,8,10,12,14,16,18,………

Задаю вопрос: «Какого числа нет не в одном ряду?. (1- не является не простым не составным). И учащиеся сами формулируют определение простых чисел.

4. **Метод частично-поисковый и поисковый**, преимущественно применяемый мною в 7-9 классах, при котором учащиеся анализируют факты, явления, высказывания, выдвигают гипотезы, делают выводы. Учитываю, что проблемную ситуацию можно создать при условии, если учащиеся не знают способа решения поставленной задачи, не могут ответить на проблемный вопрос, дать объяснение новому факту в учебной или жизненной ситуации, то есть в случае осознания учащимися недостаточности прежних знаний для объяснения нового факта.

Например, в теме «Трапеция» (8 класс) предлагаю учащимся задачу: «В трапеции ABCD (BC||AD) проведена средняя линия MN. Основание |BC| равно 8 см. |AD|=14см, |AB|=5см. |CD|=9см. Вычислить периметр трапеции MBCN». Возникает противоречие между потребностью в решении задачи и недостаточностью прежних знаний. Решая задачу, учащиеся находят боковые стороны новой трапеции; одно основание им известно, а найти длину второго, которое является средней линией, не могут (недостаточно знаний о трапеции).

5. **Проблемная задача**. Использую проблемные задачи с недостаточным или избыточным количеством данных. Эти задачи полезны для формирования умения внимательно изучать текст и анализировать его.

После изучения темы «Решение треугольников» (9 класс) в качестве контроля знаний и активизации познавательной деятельности учащимся можно предложить задачу с недостающими данными.

Например: Дан треугольник АВС. Найти площадь, зная две стороны треугольника 5см и 6см.

Рассуждения учащихся сводятся к следующему: «Эту задачу можно решить, если треугольник прямоугольный. Иначе необходимо знать угол между ними. $S=\frac{1}{2}ab\sin\propto$ или третью сторону, тогда можно воспользоваться формулой Герона». Далее задаю вопросы, позволяющие повторить необходимые для решения ранее изученные формулы : «Какие значения может принимать третья сторона? Что можно ещё найти в этом треугольнике?»

В качестве проблемы можно предложить задачу, в которой есть определённая закономерность. Эту закономерность должны установить учащиеся и на её основании сделать вывод, который даст возможность решать аналогичные задачи рационально и быстро.

На первом уроке изучения темы «Теорема Виета» (8 класс), учащимся предлагаю решить несколько приведенных квадратных уравнений и самостоятельно сделать вывод о связи корней квадратного уравнения с коэффициентами.

$x^2 - 2x - 3 = 0$ корни -1 и 3; $x^2 + 5x + 6 = 0$ корни -2 и -3;

$x^2 - 6x + 8 = 0$ корни 2 и 4

Применение теоремы Виета для неприведенного квадратного уравнения рассматриваем вместе.

6. **Проблемная ситуация на основе предварительного домашнего задания**. Такие задания позволяют поставить учебные проблемы на уроке, к которым учащиеся уже подошли самостоятельно. Проблемные ситуации возникают при столкновении учащихся с необходимостью использовать ранее усвоенные знания в новых практических условиях. Учащиеся могут не только применить свои знания на практике, но и столкнуться с

фактом их недостаточности. Осознание этого факта учащимися возбуждает познавательный интерес и стимулирует поиск новых знаний.

Изучая тему «Объем усеченной пирамиды» (11 класс), можно дать учащимся домашнее задание – найти в окружающей жизни примеры применения усеченной пирамиды и попытаться определить ее объем. Объяснить, что для сооружения, например, железнодорожной насыпи необходимо заранее рассчитать ее объем, чтобы определить необходимое количество строительных материалов, то есть, указывает на практическую значимость домашнего задания. На следующем уроке учащиеся рассказывают о своих попытках найти варианты решения и о затруднениях в вычислении объема усеченной пирамиды. Возникает проблемная ситуация и потребность найти пути её решения, имеющей (для учащихся) практическую значимость.

7. **Исследовательский метод**.

В старших классах перехожу к применению поискового и исследовательского методов через решение задач, которые способствуют активизации познавательной деятельности.

Формировать навыки исследовательской деятельности учащихся можно, при изучении темы «Применение производной к исследованию функций». После того как отработана схема исследования функции с помощью производной в качестве домашнего задания предлагаю построить график функции после её исследования. Пример задания: «Проведите исследование и найти количество нулей функции

$f(x)=x^3 -6x^2 +9x -3$, построив её график».

1. «Задачи на оптимизацию» **(**11 класс**).**

<u>Задача 1.</u> Железная дорога за простой вагонов под разгрузкой в первый день берёт 300$, а в каждый последующий день на 200д.е. больше, чем в предыдущий. Бригада грузчиков должна разгрузить вагоны за 10 дней. Если она разгрузит вагоны раньше срока, то получит премию 1600д.е. за

каждый сэкономленный день. При каком сроке разгрузки вагонов (в днях) будут минимальными затраты предприятия по оплате простоя и выплате премии грузчикам?

Решение заключается в том, что нужно составить функцию зависимость выплаты от количества дней n.

Затраты от простоя выражаются через прогрессию. $S_n=\frac{2\,a_{1+d(n-1)}}{2}n$

Затраты по выплате премии $S=1600(10-n)$. $F(n) = S_n + S$. После исследования данной функции на оптимизацию, находят, что $n=7$.

Задача 2. Из всех прямоугольников с периметром 120 м укажите прямоугольник, который имеет наибольшую площадь. Найдите это площадь. (Решить двумя способами).

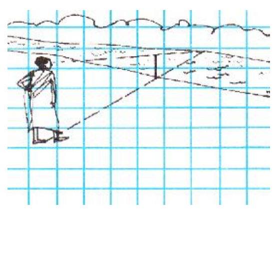
1 способ: задать функцию $S(x)=x(60-x)$ и исследовав получить, что $x=30$м, а площадь 900м^2.

2 способ (более рациональный): $s=1/2\ d_1d_2\sin\alpha$ -принимает максимальное значение при $\alpha=90^0$. Следовательно это квадрат.

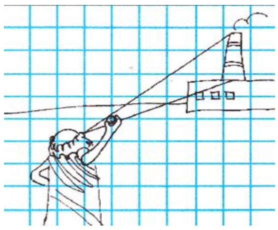
1. «Задачи по математике актуальной социальной и прикладной направленности».

Задача 1. Бактерия, попав в живой организм, к концу 20-ой минуты делится на две бактерии, каждая из них к концу следующих 20 минут делится опять на 2 и т.д.: а) найти число бактерий, образующихся из 1-ой бактерии к концу суток; б) каким образом, на ваш взгляд, можно бороться с распространением бактерий?

3. «Практическое приложение подобия треугольников» (9 класс).



Задача 1. Человек ростом 180 см определяет ширину реки. Он втыкает на её берегу шест высотой 170 см и отходит от него до тех пор, пока верхушка шеста и противоположный берег не окажутся расположенными на одном луче зрения. Отойти ему пришлось на 10 м. Какова ширина реки?



Задача 2. На каком расстоянии от наблюдателя находится заводская труба высотой 150 м, если монета диаметром 15 мм, находящаяся на расстоянии вытянутой руки (60см) от глаза, заслоняет эту трубу.

Эти задачи можно предложить как домашнее задание. Решаются они через подобие треугольников.

Говоря о значении проблемных задач, хочется отметить, что такие задачи ведут к приобретению учащимися глубоких знаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Инструктивно-методическое письмо Министерства образования Республики Беларусь «Об организации в 2016/2017 учебном году образовательного процесса при изучении учебных предметов и проведении факультативных занятий в учреждениях общего среднего образования».
2. Запрудский, Н.И. Педагогический опыт: обобщение и формы представления: пособие для учителя/ Н.И. Запрудский. – Минск: Сэр-Вит, 2014.- 256 с.
3. Запрудский, Н.И. Современные школьные технологии-2/ Н.И. Запрудский. – Минск, 2010. – 256 с.
4. Махмутов, М.И. Организация проблемного обучения в школе. Книга для учителей/ М.И. Махмутов.- Москва : Просвещение, 1977.
5. Практичесская педагогика: 99 схем и таблиц / авт.-сост. Н.П. Наволокова, В.Н. Андреева. – Ростов н/Д: Феникс, 2014.-118 с.
6. Селевко, Г.К. Современные образовательные технологии: Учебное пособие/ Г.К. Селевко – Минск: Народное образование. 1998 г. – 256 с.