

Н. П. Лепленко, учитель математики высшей категории
 Лошницкой гимназии Борисовского района

Примеры использования эффективных форм и методов проведения нестандартных уроков.

Класс	Тема	Условие заданий	Интерактивная форма ведения занятий
5	Разложение числа на простые множители	Запишите все делители числа 210. Подчеркните те из них, которые являются простыми числами. Как убедиться в том, что выписаны все делители? Сколько делителей у числа 210?	Коучинг–сессия-интерактивное общение, развивающее консультирование
11	Метод замены функций при решении задач	<p>№1. Решите неравенство $\frac{\sqrt{3x^2+x+2}-\sqrt{2x^2+x+2}}{\sqrt[3]{3x^2+3x-1}+\sqrt[3]{3x^2+10x+4}} \geq 0$</p> <p>№2. Решите неравенство $\frac{ x-1 - 2x+1 }{ x-2 - 2x+2 } \geq 0$</p> <p>№3. Найдите наибольшее целое отрицательное решение неравенства $\frac{4x^2+3x-2-(0,5)^{2x^2+2x-1}}{5^x-1} \leq 0$</p> <p>№4. Решите неравенство $\log_x \frac{x+3}{x-1} > 1$</p> <p>№5. Решите неравенство $\log_{3x}(42x^2-13x+1) > 0$</p>	Информационный дайджест (Информ-дайджест) - форма организации деятельности, в ходе которой учащиеся готовят и лаконично излагают информацию по заданной теме и высказывают свое мнение в виде презентации и рекламы.
10	Рациональные уравнения	Составление карточек коррекции знаний для решения уравнений высших степеней. Каждая карточка состоит из трёх частей: инструкции (формулировки, правила), образцы применения этой инструкции и трёх разделов заданий для учащихся. Карточки предназначены для дополнительных занятий (в классе или дома).	Учебная мастерская

План-конспект факультатива по предмету «Математика» в 5-6 классах

Тема: Принцип Дирихле

Цели:

- 1) познакомить учащихся с принципом Дирихле; сформулировать принцип Дирихле; обучать решению задач по принципу Дирихле;
- 2) развивать навыки самостоятельности и активности в учебном процессе, умение адаптироваться к действительности;
- 3) повысить интерес к изучению математики; создать условия, в которых учащиеся могли бы самостоятельно планировать и анализировать собственные действия, находить выход из любой ситуации, реально оценивать свои возможности и знания, а также пути их совершенствования.

Тип занятия: получение новых знаний.

Методы обучения: частично - поисковый, использование принципа "от простого к сложному".

Формы организации занятия: индивидуальная, групповая.

Оборудование: картинки с кроликами, карточки с условиями задач на повторение, задач на применение принципа Дирихле, шуточные задачи для разминки, равносторонний треугольник, магниты, магнитная доска, "ковёр" с дырками, разрезанный на 9 частей.

Эпиграф. **«Гений состоит из 1% вдохновения и 99% потения».**

Т.Эдисон

Ход занятия

1. Разминка

Оно из необходимых умений, которое важно для правильного решения задач, - это внимательное чтение условия задач и ...

Сначала послушайте индусскую притчу, которую любил рассказывать известный русский режиссер К.С.Станиславский.

«Магараджа выбирал себе министра. Он объявил, что возьмет того, кто пройдет по стене вокруг города с кувшином, доверху наполненным молоком, и не прольет ни капли.

Многие ходили, но по пути их отвлекали, и они проливали молоко. Но вот пошел один. Вокруг него кричали, стреляли, всячески пугали и отвлекали. Но он не пролил молоко. «Ты слышал крики, выстрелы? - Ты видел, как тебя пугали?» - «Нет, повелитель, я смотрел на молоко».

Итак, умение концентрировать внимание на фактах, данных условия помогает решать задачи.

Давайте сейчас вспомним задачи, которые мы решали на внимательность и вы при этом попадали в расставленную ловушку.

1.1. Какое слово из одиннадцати букв все отличники пишут неправильно? («неправильно»)

1.2. Петя решил купить Маше мороженое, но для его покупки ему не хватало 3 рублей, а Маше всего лишь 1 рубля. Тогда они решили сложить свои деньги, но опять не хватило одного рубля на покупку даже одного мороженого. Сколько стоит порция мороженого? (Мороженое стоило 3 рубля, а у Пети не было ни рубля)

1.3. Два разбойника делят добычу. Каждый уверен, что мог бы поделить добычу на 2 равные части, но второй ему не доверяет. Как разбойникам разделить добычу, чтобы оба остались довольны? (Пусть один из

разбойников разделит добычу на 2, по его мнению, равные части, а второй выберет ту, которая, по его мнению, больше.)

1.4. Скажите, сколько в комнате кошек, если в каждом из четырёх углов комнаты сидит по одной кошке, против каждой кошки сидит по 3 кошки и на хвосте у каждой кошки сидит по кошке? (Четыре кошки)

2.Интерактивная игра «Кролики в клетках».

При решении различных математических задач применяется специальный метод, получивший название: принцип Дирихле (Петер Густав Лежен Дирихле (1805-1859) – известный немецкий математик). Существует несколько формулировок данного принципа. Мы попробуем сейчас разобраться в одной из них.



Пусть у нас имеется две клетки и три кролика. Необходимо всех кроликов рассадить в клетки. И как бы вы не старались нельзя посадить трёх кроликов в две клетки так, чтобы в каждой клетке находилось не больше одного кролика*(использование картинок с кроликами и клеток, в которые их необходимо разместить)*.

Пусть у нас имеется три клетки и четыре кролика. Та же задача. Вывод: нельзя посадить четырёх кроликов в три клетки так, чтобы в каждой клетке находилось не больше одного кролика.

Пусть у нас имеется четыре клетки и пять кроликов. Та же задача. Вывод: нельзя посадить пять кроликов в четыре клетки так, чтобы в каждой клетке находилось не больше одного кролика.

Вывод: Если в n клетках сидит m кроликов, причём $m > n$, то хотя бы в одной клетке сидят, по крайней мере, два кролика.

Таким образом, совершенно очевидное предложение, тем не менее, является мощным математическим методом решения задач, причём самых разнообразных. Всё дело в том, что в каждой конкретной задаче нелегко понять, что здесь выступает в роли "кроликов", а что – в роли "клеток". Далеко не всегда по формулировке задачи можно определить, что следует применить принцип Дирихле.

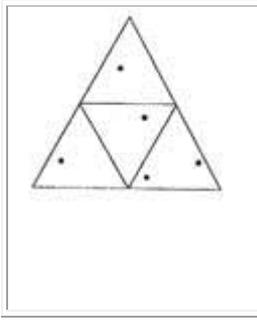
С помощью принципа Дирихле обычно доказываются существование некоторого объекта, не указывая, вообще говоря, алгоритм его нахождения или построения. Это даёт так называемое неконструктивное доказательство – мы не можем сказать, в какой именно клетке сидят два зайца, а знаем только, что такая клетка есть.

3. Решение задач на применение принципа Дирихле.

Задача №1. В классе 25 человек. Известно, что среди любых трёх из них есть двое друзей. Докажите, что есть ученик, у которого не менее 12 друзей.

Решение. Выберем любых двух учеников класса, которые не дружат между собой. (Если таких нет, то все ученики класса дружат между собой, значит, у каждого имеется 24 друга, и задача решена.) Из оставшихся 23 учеников каждый дружит с одним из этих двух, иначе мы имели бы тройку учеников, среди которых не было бы друзей. Тогда у одного из выбранных двух учеников не менее 12 друзей. (23 "зайца" рассажены в двух "клетках".)

Задача №2. Внутри равностороннего треугольника со стороной 1 см расположено 5 точек. Доказать, что расстояние между некоторыми двумя из них меньше 0,5 см.



Решение. Средние линии правильного треугольника со стороной 1 разбивают его на четыре правильных треугольничка со стороной 0,5. Назовём их "клетками", а точки будем считать "зайцами". По принципу Дирихле из пяти точек хотя бы две окажутся в одном из четырёх треугольничков (См. рисунок). Расстояние между этими

точками меньше 0,5, поскольку точки не лежат в вершинах треугольничков. (Здесь использована известная лемма о том, что длина отрезка, расположенного внутри треугольника, меньше длины его наибольшей стороны.) При делении с остатком на p может встретиться конечное число различных остатков: $0, 1, 2, \dots, p-1$. Они то и играют здесь роль "клеток", а сами целые числа являются "зайцами". Так как чисел ("зайцев") больше, чем остатков ("клеток"), то хотя бы два числа "сидят в одной клетке", т.е. имеют одинаковые остатки при делении на p .

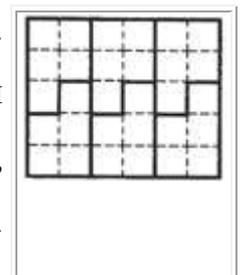
Задача №3. Дано 11 различных целых чисел. Доказать, что из них можно выбрать два числа, разность которых делится на 10.

Решение. По крайней мере два числа из 11 дают одинаковый остаток при делении на 10 (принцип Дирихле). Пусть это будут $A = 10a + r$ и $B = 10b + r$. Тогда их разность делится на 10: $A - B = 10(a - b)$.

Пример 4. В прямоугольнике 5×6 закрашено 19 клеток. Докажите, что в нём можно выбрать квадрат 2×2 , в котором закрашено не менее трёх клеток.

Решение.

Разделим прямоугольник на 6 частей по 5 клеток (См. рисунок). Согласно принципу Дирихле в одной из этих частей будет закрашено не менее 4 клеток. Тогда в квадрате 2×2 , содержащемся в этой части, закрашено либо 3, либо 4 клетки. Это и будет искомый квадрат.



Пример 5. Первokлассник Петя знает только цифру 1. Доказать, что он может написать число, делящееся на 1997.

Решение.



Рассмотрим последовательность $a_1 = 1, a_2 = 11, \dots, a_n = \underbrace{11\dots1}_n$, \dots чисел, десятичная запись которых состоит из одних единиц. Поскольку существует лишь конечное число остатков от деления на 1997, а последовательность содержит бесконечно много членов, то, согласно принципу Дирихле, среди них найдутся два, дающих одинаковые остатки: a_k и a_l ($k < l$). Их разность $a_k - a_l = 10^l \cdot a_{k-l}$ делится на 1997. Так как 10^l и 1997 - взаимно просты, то a_{k-l} делится на 1997. Это число Петя сможет записать.

Задача №6. В ковре размером 3×3 м Коля проделал 8 дырок. Доказать, что из него можно вырезать коврик размером 1×1 м, не содержащий внутри себя дырок.

Решение. В данной задаче применяем другую формулировку принципа Дирихле: Пусть в n клетках сидят m кроликов, причём $n > m$. Тогда найдётся хотя бы одна пустая клетка.

Здесь дырки будут «зайцами». Разрежем ковёр на 9 ковриков размерами 1×1 метр. Так как ковриков-«клеток» - 9, а дырок- «зайцев» - 8. то найдётся хотя бы одна «клетка», в которой не будет «зайцев», то есть найдётся коврик без дырок внутри.

4. Подведение итогов.

Таким образом, применяя данный метод, надо:

- 1) определить, что удобно в задаче принять за "клетки", а что за "кроликов";

- 2) получить "клетки": чаще всего "клеток" меньше (больше), чем "кроликов" на одну (или более);
- 3) выбрать для решения требуемую формулировку принципа Дирихле

3 План-конспект факультатива по предмету «Математика» в 5-6 классах

Тема: Принцип Дирихле

Цели:

- 1) познакомить учащихся с принципом Дирихле; сформулировать принцип Дирихле; обучать решению задач по принципу Дирихле;
- 2) развивать навыки самостоятельности и активности в учебном процессе, умение адаптироваться к действительности;
- 3) повысить интерес к изучению математики; создать условия, в которых учащиеся могли бы самостоятельно планировать и анализировать собственные действия, находить выход из любой ситуации, реально оценивать свои возможности и знания, а также пути их совершенствования.

Тип занятия: получение новых знаний.

Методы обучения: частично - поисковый, использование принципа "от простого к сложному".

Формы организации занятия: индивидуальная, групповая.

Оборудование: картинки с кроликами, карточки с условиями задач на повторение, задач на применение принципа Дирихле, шуточные задачи для разминки, равносторонний треугольник, магниты, магнитная доска, "ковёр" с дырками, разрезанный на 9 частей.

Эпиграф. «Гений состоит из 1% вдохновения и 99% потения». Т.Эдисон

Ход занятия

1. Разминка

Оно из необходимых умений, которое важно для правильного решения задач, - это внимательное чтение условия задач и ...

Сначала послушайте индусскую притчу, которую любил рассказывать известный русский режиссер К.С.Станиславский.

«Магараджа выбирал себе министра. Он объявил, что возьмет того, кто пройдет по стене вокруг города с кувшином, доверху наполненным молоком, и не прольет ни капли.

Многие ходили, но по пути их отвлекали, и они проливали молоко. Но вот пошел один. Вокруг него кричали, стреляли, всячески пугали и отвлекали. Но он не пролил молоко. «Ты слышал крики, выстрелы? - Ты видел, как тебя пугали?» - «Нет, повелитель, я смотрел на молоко».

Итак, умение концентрировать внимание на фактах, данных условия помогает решать задачи.

Давайте сейчас вспомним задачи, которые мы решали на внимательность и вы при этом попадали в расставленную ловушку.

1.1. Какое слово из одиннадцати букв все отличники пишут неправильно? («неправильно»)

1.2. Петя решил купить Маше мороженое, но для его покупки ему не хватало 3 рублей, а Маше всего лишь 1 рубля. Тогда они решили сложить свои деньги, но опять не хватило одного рубля на покупку даже одного мороженого. Сколько стоит порция мороженого? (Мороженое стоило 3 рубля, а у Пети не было ни рубля)

1.3. Два разбойника делят добычу. Каждый уверен, что мог бы поделить добычу на 2 равные части, но второй ему не доверяет. Как разбойникам разделить добычу, чтобы оба остались довольны? (Пусть один из разбойников

разделит добычу на 2, по его мнению, равные части, а второй выберет ту, которая, по его мнению, больше.)

1.4. Скажите, сколько в комнате кошек, если в каждом из четырёх углов комнаты сидит по одной кошке, против каждой кошки сидит по 3 кошки и на хвосте у каждой кошки сидит по кошке? (Четыре кошки)

2.Интерактивная игра «Кролики в клетках».

При решении различных математических задач применяется специальный метод, получивший название: принцип Дирихле (Петер Густав Лежен Дирихле (1805-1859) – известный немецкий математик). Существует несколько формулировок данного принципа. Мы попробуем сейчас разобраться в одной из них.



Пусть у нас имеется две клетки и три кролика. Необходимо всех кроликов рассадить в клетки. И как бы вы не старались нельзя посадить трёх кроликов в две клетки так, чтобы в каждой клетке находилось не больше одного кролика(использование картинок с кроликами и клеток, в которые их необходимо разместить).

Пусть у нас имеется три клетки и четыре кролика. Та же задача. Вывод: нельзя посадить четырёх кроликов в три клетки так, чтобы в каждой клетке находилось не больше одного кролика.

Пусть у нас имеется четыре клетки и пять кроликов. Та же задача. Вывод: нельзя посадить пять кроликов в четыре клетки так, чтобы в каждой клетке находилось не больше одного кролика.

Вывод: Если в n клетках сидит m кроликов, причём $m > n$, то хотя бы в одной клетке сидят, по крайней мере, два кролика.

Таким образом, совершенно очевидное предложение, тем не менее, является мощным математическим методом решения задач, причём самых разнообразных. Всё дело в том, что в каждой конкретной задаче нелегко понять, что здесь выступает в роли "кроликов", а что – в роли "клеток". Далеко не всегда по формулировке задачи можно определить, что следует применить принцип Дирихле.

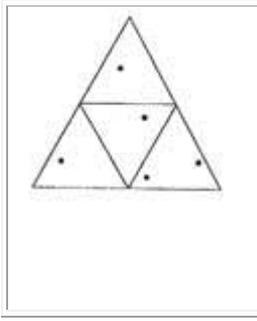
С помощью принципа Дирихле обычно доказываются существование некоторого объекта, не указывая, вообще говоря, алгоритм его нахождения или построения. Это даёт так называемое неконструктивное доказательство - мы не можем сказать, в какой именно клетке сидят два зайца, а знаем только, что такая клетка есть.

3. Решение задач на применение принципа Дирихле.

Задача №1. В классе 25 человек. Известно, что среди любых трёх из них есть двое друзей. Докажите, что есть ученик, у которого не менее 12 друзей.

Решение. Выберем любых двух учеников класса, которые не дружат между собой. (Если таких нет, то все ученики класса дружат между собой, значит, у каждого имеется 24 друга, и задача решена.) Из оставшихся 23 учеников каждый дружит с одним из этих двух, иначе мы имели бы тройку учеников, среди которых не было бы друзей. Тогда у одного из выбранных двух учеников не менее 12 друзей. (23 "зайца" рассажены в двух "клетках".)

Задача №2. Внутри равностороннего треугольника со стороной 1 см расположено 5 точек. Доказать, что расстояние между некоторыми двумя из них меньше 0,5 см.



Решение. Средние линии правильного треугольника со стороной 1 разбивают его на четыре правильных треугольничка со стороной 0,5. Назовём их "клетками", а точки будем считать "зайцами". По принципу Дирихле из пяти точек хотя бы две окажутся в одном из четырёх треугольничков (См. рисунок).

Расстояние между этими точками меньше 0,5, поскольку точки не лежат в вершинах треугольничков. (Здесь использована известная лемма о том, что длина отрезка, расположенного внутри треугольника, меньше длины его наибольшей стороны.) При делении с остатком на p может встретиться конечное число различных остатков: $0, 1, 2, \dots, p-1$. Они то и играют здесь роль "клеток", а сами целые числа являются "зайцами". Так как чисел ("зайцев") больше, чем остатков ("клеток"), то хотя бы два числа "сидят в одной клетке", т.е. имеют одинаковые остатки при делении на p .

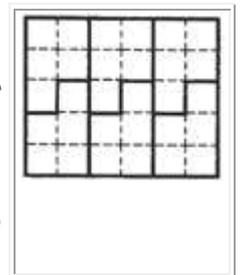
Задача №3. Дано 11 различных целых чисел. Доказать, что из них можно выбрать два числа, разность которых делится на 10.

Решение. По крайней мере два числа из 11 дают одинаковый остаток при делении на 10 (принцип Дирихле). Пусть это будут $A = 10a + r$ и $B = 10b + r$. Тогда их разность делится на 10: $A - B = 10(a - b)$.

Пример 4. В прямоугольнике 5×6 закрашено 19 клеток. Докажите, что в нём можно выбрать квадрат 2×2 , в котором закрашено не менее трёх клеток.

Решение.

Разделим прямоугольник на 6 частей по 5 клеток (См. рисунок). Согласно принципу Дирихле в одной из этих частей будет закрашено не менее 4 клеток. Тогда в квадрате 2×2 , содержащемся в этой части, закрашено либо 3, либо 4 клетки. Это и будет искомый квадрат.



Пример 5. Первоклассник Петя знает только цифру 1. Доказать, что он может написать число, делящееся на 1997.

Решение.



Рассмотрим последовательность $a_1 = 1, a_2 = 11, \dots, a_n = \underbrace{11\dots1}_n, \dots$ чисел, десятичная запись которых состоит из одних единиц. Поскольку существует лишь конечное число остатков от деления на 1997, а последовательность содержит бесконечно много членов, то, согласно принципу Дирихле, среди них найдутся два, дающих одинаковые остатки: a_k и a_l ($k > l$). Их разность $a_k - a_l = 10^l \cdot a_{k-l}$ делится на 1997. Так как 10^l и 1997 - взаимно просты, то a_{k-l} делится

на 1997. Это число Петя сможет записать.

Задача №6. В ковре размером 3×3 м Коля проделал 8 дырок. Доказать, что из него можно вырезать коврик размером 1×1 м, не содержащий внутри себя дырок.

Решение. В данной задаче применяем другую формулировку принципа Дирихле: Пусть в n клетках сидят m кроликов, причём $n > m$. Тогда найдётся хотя бы одна пустая клетка.

Здесь дырки будут «зайцами». Разрежем ковёр на 9 ковриков размерами 1×1 метр. Так как ковриков-«клеток» - 9, а дырок- «зайцев» - 8. то найдётся хотя бы одна «клетка», в которой не будет «зайцев», то есть найдётся коврик без дырок внутри.

4. Подведение итогов.

Таким образом, применяя данный метод, надо:

- 1) определить, что удобно в задаче принять за "клетки", а что за "кроликов";

- 2) получить "клетки": чаще всего "клеток" меньше (больше), чем "кроликов" на одну (или более);
- 3) выбрать для решения требуемую формулировку принципа Дирихле

