

# УЧИМ РЕШАТЬ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

## Мастер-класс для учителей математики



**С. А. КРИВДА,**  
учитель математики  
гимназии № 3 имени В. З. Коржа г. Пинска

**Цель:** создание условий для понимания сущности интерактивных методов и расширения знаний о возможностях использования их на уроках математики .

**Задачи:**

- а) актуализировать знания участников об интерактивных методах обучения на уроках математики;
- б) передать опыт учителя по обозначенной теме;
- в) организовать взаимодействие участников;
- г) содействовать осознанию участниками значимости полученного опыта.

**Оборудование:** бумага, раздаточный материал, карточки-инструкции, рефлексивная мишень, карта «Острова», бумажные кораблики.

### Ход мастер-класса

Этапы	Содержание этапа	Деятельность мастера	Деятельность участников
1. Ориентировочно-мотивационный	<i>Задач: обеспечение мотивации участников мастер-класса</i>		
	Приветствие, вступительное слово мастера, мотивация участников на совместную деятельность.  <u>Упражнение</u> «Расскажите о себе». Все по очереди рассказывают о себе, придерживаясь следующего алгоритма: - как вас зовут?; - где учились? - почему выбрали этот факультет? - ваш знак Зодиака?	Организует с помощью различных методик знакомство с участниками и осуществляет деление на группы.	Встраиваются в диалог, проявляют активную позицию, помогая мастеру в организации занятия.
	Организация работы в группах: определение ролевых позиций, правил групповой работы.  <u>Игра</u> «Поздоровайтесь те, кто родился...».	Организует работу по определению ролевых позиций в группе, правил групповой работы.	Организуют знакомство, определяют роли, предлагают правила работы в группе. Выстраивают алгоритм совместной деятельности.

2. Актуализация субъектного опыта участников	Задач: <i>обеспечение активности участников в предстоящей деятельности</i>		
	<p><b><u>Приём ЗХУ (знаю, хочу узнать, узнал)</u></b></p> <p>Определение уровня подготовленности участников к восприятию опыта мастера, актуальности его исследований.</p> <p>- Уважаемые коллеги! Поднимите руку те, кто использовал интерактивные методы обучения на уроках математики?</p> <p>- Кто сейчас хочет узнать об интерактивных методах обучения?</p>	Ведет поисковую беседу, направленную на диагностику потребностей и уровня готовности педагогов к восприятию нового опыта.	Участвуют в беседе, делятся педагогическими проблемами и способами их практического решения.
3. Целеполагание	Задача: <i>постановка целей участниками и выявление их ожиданий</i>		
	<p>Определение темы и цели занятия. Вовлечение участников в целеполагание.</p> <p><b><u>Метод «Мозговой штурм»</u></b></p> <p>- Чего вы ожидаете от мастер-класса? (ответы «систематизировать знания и узнать что-то новое» не принимаются во внимание)</p>	В ходе беседы или практической деятельности предлагает участникам определить, что они ожидают от занятия. Побуждает к постановке цели и задач. Обобщая ответы участников, называет цель мастер-класса.	Активно участвуют в определении лично значимой цели занятия.
4. Информационно-деятельностный этап	Задачи:		
	<p>- <i>актуализация знаний участников об интерактивных методах обучения на уроках математики;</i></p> <p>- <i>создание атмосферы коллективного взаимодействия по формированию умений применять интерактивные методы и приемы на уроках математики;</i></p> <p>- <i>обеспечение практической деятельности участников по проектированию урока математики с использованием интерактивных методов.</i></p> <p>Актуализация знаний участников об интерактивных методах и приемах на уроках математики.</p> <p><b><u>Кредо интерактивного обучения:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>То, что я слышу, я забываю.</i></li> <li>• <i>То, что я вижу и слышу, я немного помню.</i></li> <li>• <i>То, что я слышу, вижу и обсуждаю, я начинаю понимать.</i></li> <li>• <i>Когда я слышу, вижу, обсуждаю и делаю, я приобретаю знания и навыки.</i></li> <li>• <i>Когда я передаю знания другим, я</i></li> </ul>	Показывает приемы, методы, способы деятельности комментирует их.	Анализируют приемы, методы, способы деятельности, осваивают их в ходе практической деятельности.

	<p><i>становлюсь мастером.</i></p> <p><b><u>Задание №1 (метод «Мозаика»)</u></b>  <u>Первый участник</u> группы выбирает и решает неполные квадратные уравнения.  <u>Второй участник</u> группы выбирает и решает полные приведённые уравнения.  <u>Третий участник</u> группы выбирает и решает полные не приведённые уравнения.  <u>Четвертый участник</u> группы выбирает и решает уравнения, сводящиеся к квадратным. Далее создаются рабочие группы нового состава. В состав новых групп входят участники, работавшие на предыдущем этапе с соответствующими заданиями. Участники группы нового состава готовят презентацию своего фрагмента (самое простое и самое сложное уравнения). Организуется презентация каждой рабочей группой своего вида квадратного уравнения (из отдельных фрагментов, как частей «мозаики», складываются виды квадратных уравнений).</p> <p><b><u>Задание №2 (метод «Карусель»)</u></b>  Группа №1 решает 1, 2, 9, 10 квадратные уравнения методом выделения полного квадрата.  Группа №2 решает квадратные уравнения, используя формулу корней.  Группа №3 решает приведённые квадратные уравнения, используя теорему, обратную теореме Виета.  Группа №4 решает квадратные уравнения, используя свойства коэффициентов.  Группа №5 решает не приведённые квадратные уравнения, используя метод «переброски» старшего коэффициента к свободному члену.</p> <p><b><u>Задание №3 (метод «1x2x4»)</u></b>  Решение задания будет осуществляться сначала индивидуально каждым, затем в парах, затем в группах. Одна из творческих групп представляет свое решение.</p> <p><b><u>Задание №4 (метод «Перекрестные группы»)</u></b></p>	<p>Отвечает на вопросы, даёт комментарии.</p> <p>Выполняет роль консультанта, организует самостоятельную работу слушателей и управляет ею.  Организует совместное обсуждение разработанных заданий.</p> <p>Организует совместное обсуждение разработанных моделей учебного занятия.  Организует об-</p>	<p>Задают вопросы.</p> <p>В группах решают предложенные задания.  Представляют свое решение на доске.</p> <p>Выполняют самостоятельную ра-</p>
--	--	---	--

	<p>Группам предлагается в течение 3-5 минут обсудить предложенное задание. Затем предлагается участникам в группах рассчитаться по порядковым номерам (на первый – третий). Создаются творческие группы нового состава (в одну группу объединяются все первые номера, в другую – все вторые, в третью – все третьи).</p> <p>Группам нового состава предлагается вновь обсудить задание. Каждый из участников рассказывает группе о результатах работы в группе первого состава. Работа над заданием осуществляется в течение 10-15 минут. Каждая из групп нового состава представляет свой вариант решения.</p>	<p>мен мнениями участников, дает оценку происходящему.</p>	<p>боту по конструированию собственной модели учебного занятия, фрагментов занятий в режиме освоенной методики. Обсуждают авторские модели.</p>
<p>Рефлексивный</p>	<p><i>Задача: оценка эффективности взаимодействия педагога и участников мастер-класса; определение значимости полученных знаний и умений для использования в дальнейшей педагогической деятельности</i></p>		
	<p>Проводится дискуссия по результатам совместной деятельности мастера и слушателей.</p> <p><b><u>Метод «Плюс. Минус. Интересно»</u></b>  «Плюс» – положительные черты, достоинства.  «Минус» – отрицательные черты, недостатки.  «Интересно» – то, что вызвало интерес.</p> <p><b><u>Метод «Рефлексивная мишень»</u></b>  На ватмане рисуется мишень, которая делится на четыре сектора: оценка содержания, оценка формы, методов взаимодействия; оценка деятельности педагога; оценка деятельности участника.</p> <p><b><u>Метод «Острова»</u></b>  На ватмане рисуется карта с изображе-</p>	<p>Организует дискуссию.</p> <p>Педагог предлагает нескольким участникам проанализировать рефлексивную мишень.</p>	<p>Делают вывод об эффективности взаимодействия участников мастер-класса, актуальности полученных знаний, результативности достижения цели. Оценивают полученный опыт и возможность применения в дальнейшей практике.</p> <p>Каждый участник маркером четыре раза (по одному в каждый сектор) «стреляет» в мишень, делая отметку. Отметка соответствует его оценке результатов состоявшегося взаи-</p>

	<p>нием островов Радости, Воодушевления, Просветления, Грусти, Недоумения, Наслаждения, Неопределенности, Знаний и др. Карта островов вывешивается на доске и каждому участнику взаимодействия предлагается выйти к карте и приклеить свой кораблик в соответствующем районе карты.</p>	<p>Благодарит за участие и называет самых активных участников.</p>	<p>модействия.  Приклеивают свой кораблик в соответствующем районе карты.</p>
--	---	--	---

## Приложения

### *Карточка-инструкция*

При решении квадратного уравнения  $\underline{ax^2+bx+c=0}$ , где  $a \neq 0, D \geq 0$ , можно использовать следующие свойства его коэффициентов:

- Если сумма всех коэффициентов квадратного уравнения равна нулю, т.е.

$$\underline{a+b+c=0}, \text{ то } x_1=1; x_2=-\frac{c}{a}.$$

- Если средний коэффициент равен сумме старшего коэффициента и свободного члена, т.е.  $\underline{b=a+c}$ , то  $x_1=-1; x_2=-\frac{c}{a}$ .

#### Пример 1.

Решить квадратное уравнение  $5x^2 - 8x + 3 = 0$ .

Заметим, что  $5-8+3=0$ . Значит,  $x_1=1; x_2=-\frac{3}{5}=0,6$ .

Ответ: 1; 0,6.

#### Пример 2

Решить квадратное уравнение  $5x^2 + 8x + 3 = 0$ .

Заметим, что  $8=5+3$ . Значит,  $x_1=-1; x_2=-\frac{3}{5}=-0,6$ .

Ответ: -1; -0,6.

#### Метод «переброски»

Решить квадратное уравнение  $\underline{ax^2+bx+c=0}$ , где  $a \neq 0, D \geq 0$ .

Рассмотрим «вспомогательное» приведенное квадратное уравнение  $\underline{x^2+bx+ac=0}$ , старший коэффициент которого равен 1, средний коэффициент равен  $\underline{b}$ , а свободный член получен как произведение коэффициентов  $\underline{a}$  и  $\underline{c}$  исходного уравнения ( $\underline{a}$  «перебросилось» к  $\underline{c}$ ).

Решим оба квадратных уравнения:

$$\underline{ax^2+bx+c=0}; \underline{x^2+bx+ac=0};$$

$$D=b^2-4ac;$$

$$D=b^2-4ac;$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2}$$

Заметим, что корни первого квадратного уравнения отличаются от корней второго уравнения только делением на старший коэффициент  $\underline{a}$ .

Таким образом, с помощью теоремы, обратной теореме Виета, можно найти корни «вспомогательного» приведенного квадратного уравнения  $\underline{x^2+bx+ac=0}$  и, разделив их на  $\underline{a}$ , получить корни не приведенного квадратного уравнения  $\underline{ax^2+bx+c=0}$ , где  $a \neq 0$ .

Пример. Решить уравнение  $\underline{3x^2-13x+4=0}$  ( $D>0$ ).

Рассмотрим «вспомогательное» приведенное квадратное уравнение  $x^2 - 13x + 4 \cdot 3 = 0$  или  $x^2 - 13x + 12 = 0$ . С помощью теоремы, обратной теореме Виета, находим его корни: 1 и 12, делим их на 3 (старший коэффициент данного нам уравнения) и получаем корни исходного уравнения:  $x_1 = \frac{1}{3}$ ;  $x_2 = \frac{12}{3} = 4$ .

Ответ:  $\frac{1}{3}$ ; 4.

### Задание №1

Лист-опросник (метод «Дюжина вопросов», работа в парах).

1. Какое уравнение называется квадратным?
2. Как называют коэффициенты квадратного уравнения?
3. В каком случае квадратное уравнение называется неполным?
4. Приведите пример неполного квадратного уравнения, которое получается, если нулю равен:
  - а) только свободный член;
  - б) только средний коэффициент;
  - в) и свободный член, и средний коэффициент.
5. Какое квадратное уравнение называется приведенным? Как из квадратного уравнения вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a \neq 0$  и  $a \neq 1$  получить равносильное ему приведенное уравнение?
6. Какое выражение называется дискриминантом квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a \neq 0$ ?
7. В каком случае уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a \neq 0$ , имеет два корня; имеет единственный корень; не имеет корней?
8. Для квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a \neq 0$  запишите формулу корней.
9. Для квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a \neq 0$  запишите формулу корней в случае, когда средний коэффициент  $b$ -четное число.
10. Сформулируйте и запишите соответствующими формулами теорему Виета:  
для приведенного квадратного уравнения  $x^2 + px + q = 0$ ;  
для квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a \neq 0$  и  $a \neq 1$ .
11. Сформулируйте теорему, обратную теореме Виета:  
для приведенного квадратного уравнения  $x^2 + px + q = 0$ ,  
для квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a \neq 0$  и  $a \neq 1$ . Приведите пример квадратного уравнения, которое легко решается с использованием теоремы, обратной теореме Виета.
12. Перечислите все известные вам методы решения квадратных уравнений.

### Задание №2 (метод «Мозаика»)

Первый участник группы выбирает и решает неполные квадратные уравнения.

Второй участник группы выбирает и решает полные приведённые уравнения.

Третий участник группы выбирает и решает полные не приведённые уравнения.

Четвертый участник группы выбирает и решает уравнения, сводящиеся к квадратным. Далее создаются рабочие группы нового состава. В состав новых групп входят участники, работавшие на предыдущем этапе с соответствующими заданиями. Участники группы нового состава готовят презентацию своего фрагмента (самое простое и самое сложное уравнения). Организуется презентация каждой рабочей группой своего вида квадратного уравнения (из отдельных фрагментов, как частей «мозаики», складываются виды квадратных уравнений).

$$X^2 - 11X + 24 = 0,$$

$$3X^2 = 0,$$

$$2X^2 + X - 10 = 0,$$

$$X^2 - 10X + 9 = 0,$$

$$(X^2 - X)^2 - 14(X^2 - X) + 24 = 0$$

$$y^2 + 7y = 0,$$

$$2X^2 - 9X = 0,$$

$$X^2 + 12X + 40 = 0,$$

$$3X^2 - 16X + 5 = 0,$$

$$\sqrt{3}x^2 - 5x - 2\sqrt{3} = 0,$$

$$X^2 - 2X - 15 = 0,$$

$$7X^2 + 12|X| + 5 = 0$$

$$5X^2 + 20 = 0,$$

$$6X^3 + X = 7X^2$$

$$X^4 - 29X^3 + 100X^2 = 0$$

$$-Z^2 + 1\frac{2}{3}Z + 26 = 0,$$

$$(2x^2 + 5x - 2)^2 - 6x^2 - 15x + 6 = -2$$

$$2y^2 + y + 2 = 0,$$

$$X^2 - 25 = 0,$$

$$y^2 + (1 + \sqrt{2})y + \sqrt{2} = 0,$$

$$X^2 - 22X - 23 = 0,$$

$$Y^4 + 15Y^2 - 16 = 0$$

$$-16X^2 + 16X - 4 = 0,$$

$$4Z^2 - 9 = 0,$$

$$X^2 - 5X - 14 = 0,$$

$$5X^2(X - 0,2) - 13X(X - 0,2) + 6(X - 0,2) = 0$$

$$\frac{1}{9}y^2 + 2y - 7 = 0,$$

$$y^2 - 11 = 0.$$

### **Задание №3 (метод «Карусель»)**

Группа №1 решает 1, 2, 9, 10 квадратные уравнения методом выделения полного квадрата.

Группа №2 решает квадратные уравнения, используя формулу корней.

Группа №3 решает приведённые квадратные уравнения, используя теорему, обратную теореме Виета.

Группа №4 решает квадратные уравнения, используя свойства коэффициентов.

Группа №5 решает не приведённые квадратные уравнения, используя метод «переброски» старшего коэффициента к свободному члену.

1)  $X^2 + 14X + 24 = 0$ ;

2)  $5X^2 + 3X - 2 = 0$ ,

3)  $X^2 - 19X + 48 = 0$ ;

4)  $2X^2 + 3X - 5 = 0$ ,

5)  $\sqrt{2}x^2 - 5x + 2\sqrt{2} = 0$ ,

6)  $y^2 - (1 + \sqrt{6})y + \sqrt{6} = 0$ ,

7)  $X^2 + 2017X + 2016 = 0$ ,

8)  $17X^2 - 13X - 4 = 0$ ,

9)  $9X^2 - 9X + 2 = 0$ ,

10)  $3X^2 + 10X + 3 = 0$ ,

11)  $39X^2 + 10X - 29 = 0$ ,

12)  $(4 - \sqrt{7})X^2 - 10X + (4 + \sqrt{7}) = 0$ .

*После завершения работы представитель каждой группы идет по кругу («карусель») в другие группы и презентует им свой способ решения квадратных уравнений, указывая на плюсы и минусы этого способа.*

### **Задание №4 (метод «1x2x4»)**

Решение задания будет осуществляться сначала индивидуально каждым, затем в парах, затем в группах. Одна из творческих групп представляет свое решение

Решите уравнение:

1)  $2X^2 - 5X - 7 = 2\left(\frac{3}{5}\right)^2 - 5\left(\frac{3}{5}\right) - 7$ ;

2)  $3X^2 + 7X - 2 = 3\left(\frac{16}{3}\right)^2 + 7\left(-\frac{16}{3}\right) - 2$ ;

3)  $4X^2 - 3X + 9 = 4(3,7)^2 - 3(3,7 - 3)$ ;

4)  $5X^2 + 10X + 3 = 5 \cdot 4,2 \cdot (4,2 - 2) + 3$ .

### **Задание №5 (метод «Перекрестные группы»)**

Группам предлагается в течение 3-5 минут обсудить предложенное задание. Затем предлагается участникам в группах рассчитаться по порядковым номерам (на первый – третий). Создаются творческие группы нового состава (в одну группу объединяются все первые номера, в другую – все вторые, в третью – все третьи номера).



Группам нового состава предлагается вновь обсудить задание. Каждый из участников рассказывает группе о результатах работы в группе первого состава. Работа над заданием осуществляется в течение 10-15 минут. Каждая из групп нового состава представляет свой вариант решения.

а) Составьте квадратное уравнение с заданными корнями:

- 1) 8 и -3;
- 2) -3,4 и 6;
- 3) -2,4 и 2,4;
- 4)  $3-\sqrt{5}$  и  $3+\sqrt{5}$ ;
- 5)  $\frac{-4+\sqrt{3}}{5}$  и  $\frac{-4-\sqrt{3}}{5}$ .

б) Не вычисляя корней уравнения  $3X^2 + 8X - 1 = 0$ , найдите значение выражения, составленного из его корней  $x_1$  и  $x_2$ :

- 1)  $\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1}$ ;
- 2)  $x_1^2 + x_2^2$ ;
- 3)  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ ;
- 4)  $x_1^3 + x_2^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2$ ;
- 5)  $x_1^3 + x_2^3$ ;
- 6)  $x_1x_2^4 + x_2x_1^4$ .