«Способы решения квадратных уравнений»: пособие для учащихся

С. Е. Грибова,
учитель математики
высшей квалификационной категории
Поставской гимназии

Английский математик У. У. Сойер говорил, что человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну и ту же задачу тремя различными способами, чем решать три-четыре задачи, так как, решая одну задачу различными способами, можно путем сравнения выяснить, какой из них короче и эффективнее. Это принцип применим и для квадратных уравнений.

Квадратные уравнения – фундамент алгебры. Они находят широкое применение при решении многих текстовых задач, неравенств, биквадратных, тригонометрических, иррациональных уравнений и т.д. В школьном курсе математики рассматриваются некоторые приемы решения данных уравнений. Однако в школьных учебниках отражены не все приемы, позволяющие быстро и рационально решать квадратные уравнения, и потому заслуживающие нашего внимания. Для оказания учащимся помощи в овладение такими приемами нами разработано пособие «Способы решения квадратных уравнений».

Содержание

Введение

Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну и ту же задачу тремя различными способами, чем решать три-четыре задачи. Решая одну задачу различными способами, можно путем сравнения выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт.
У.У. Сойер
(английский математик XX века)

Квадратные уравнения занимают огромное место среди всех уравнений из школьного курса алгебры. В учебнике восьмого класса мы познакомились лишь только с некоторыми методами решения квадратных уравнений. Но современно-методические исследованияпоказывают, что применение всевозможных способов и методов позволяет значительно увеличить эффективность и качество исследования решения квадратных уравнений.

В данном пособии собрано десять способов решения полных квадратных уравнений, четыре из которых были изучены в школьном курсе восьмогокласса и они рассматриваются только на примерах решения, а для нестандартных методов указан алгоритми рассмотрен образец решения. Для каждого способа подобрано по шесть тренировочных заданий для самостоятельной работы.

2. Материал и методы

2.1. Разложение левой части уравнения на множители.

Поясним этот метод на примере

Решим уравнение $x^2 + 10x - 24 = 0$. Разложим левую часть уравнения на множители:
$x^2 + 10x - 24 = x^2 + 12x - 2x - 24 = x(x + 12) - 2(x + 12) = (x + 12)(x - 2)$.
Следовтельно, уравнение можно переписать так:
$(x + 12)\,(x - 2) = 0$.
Так как произведение равно нулю, то по крайней мере один из его множителей равен нулю. Поэтому левая часть уравнения обращается в нуль при $x = 2$, а также при $x = -12$. Это означает, что числа 2 и -12 являются корнями уравнения $x^2 + 10 - 24 = 0$.
Ответ: $-12;\ 2$.

Задания для самостоятельной работы

Решите квадратные уравнения способом разложения левой части уравнения на множители.

1) $x^2 - 4x + 4 = 0$;
2) $x^2 + 6x + 9 = 0$;
3) $x^2 + 4x + 3 = 0$;
4) $x^2 + 2x - 3 = 0$;
5) $2x^2 + 3x + 4 = 0$;
6) $4x^2 + 7x + 3 = 0$.

2.2. Метод выделения полного квадрата

Поясним этот метод на примере

Решим уравнение $x^2 + 6x - 7 = 0$.

Выделим в левой части полный квадрат. Для этого запишем выражение

$x^2 + 6x$ в следующем виде:

$x^2 + 6x = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3$.

В полученном выражении первое слагаемое – квадрат числа x, а второе – удвоенное произведение x на 3. Поэтому, чтобы получить полный квадрат, нужно прибавить 3^2, так как

$x^2 + 2 \cdot x + 3^2 = (x + 3)^2$.

Преобразуем теперь левую часть уравнения

$x^2 + 6x - 7 = 0$,прибавляя к ней и вычитая 3^2.Имеем:

$$x^2 + 6x - 7 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 32 - 32 - 7 = (x + 3)^2 - 9 - 7 = (x + 3)^2 - 16.$$

Таким образом, данное уравнение можно записать так:

$(x + 3)^2 - 16 = 0,$ т. е. $(x + 3)^2 = 16$.

Следовательно,$x + 3 = 4$или $x + 3 = -4$, $x = 1$ или $x = -7$.

Ответ: $-7;\ 1$.

Задания для самостоятельной работы

Решите данные уравнения методом выделения полного квадрата

1) $4x^2 - 20x + 23 = 0$;
2) $x^2 - 6x + 8 = 0$;
3) $x^2 - 4x - 5 = 0$;
4) $-4x^2 - x + 3 = 0$;
5) $5x^2 - 4x - 1 = 0$;
6) $2x^2 - x - 2 = 0$.

Метод выделения полного квадрата позволяет вывести формулу корней квадратного уравнения

$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$,

но этот вывод достаточно громоздкий.

2.3. Решение квадратных уравнений по формуле

Поясним этот метод на примере

Решим уравнения:

а) $4x^2 + 7x + 3 = 0$.

$$a = 4, b = 7, c = 3, D = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 49 - 48 =$$

$= 1, D > 0$, два разных корня;

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, x = \frac{-7 \pm 1}{8};\ x_1 = \frac{-7+1}{8}, x_1 = -\frac{3}{4}, x_2 = \frac{-7-1}{8}, x_2 = -1.$$

Ответ: $-\frac{3}{4}$, -1.

Задания для самостоятельной работы

Решите квадратные уравнения используя формулу

1) $2x^2 - 5x + 2 = 0$;
2) $6x^2 + 5x + 1 = 0$;
3) $3x^2 - 7x - 1 = 0$;
4) $4x^2 - 12x + 9 = 0$;
5) $10x^2 - 6x + 0{,}9 = 0$;
6) $2x^2 - 3x + 2 = 0$.

2.4. Решение уравнений с использованием теоремы Виета (прямой и обратной)

Как известно, приведенное квадратное уравнение имеет вид
$x^2 + px + q = 0$.
Его корни удовлетворяют теореме Виета, которая при $a = 1$ имеет вид
$\begin{cases} x_1x_2 = q \\ x_1 + x_2 = -p. \end{cases}$
Пример.
$x^2 + 4x - 5 = 0; x_1 = -5$ и $x_2 = 1$, так как $q = -5 < 0$ и $p = 4 > 0$

Задания для самостоятельной работы

Решите квадратное уравнения используя теорему Виета

1) $x^2 - 2x - 15 = 0$;
2) $x^2 + 2x - 8 = 0$;
3) $x^2 + 10x + 9 = 0$;
4) $x^2 - 12x + 35 = 0$;
5) $3x^2 + 14x + 16 = 0$;
6) $2x^2 - 5x + 6 = 0$.

2.5. Решение уравнений способом «переброски»

Рассмотрим квадратное уравнение
$ax^2 + bc = 0$, где $a \neq 0$,
Умножая обе его части на a, получаем уравнение
$a^2x^2 + abx + ac = 0$.
Пусть ax = y, откуда $x = \frac{y}{a}$; тогда приходим к уравнению
$y^2 + by + ac = 0$
равносильного данному. Его корни y_1 и y_2 найдем с помощью теоремы Виета.
Окончательно получаем $x_1 = \frac{y_1}{a}$ и $x_1 = \frac{y_2}{a}$. При этом способе коэффициент a умножается на свободный член, как бы «перебрасывается» к нему, поэтому его и называют *способом «переброски».* Этот способ применяют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант есть точный квадрат.

Пример

Решим уравнение $2x^2 - 11x + 15 = 0$.
Решение. «Перебросим» коэффициент 2 к свободному члену, в результате получим уравнение
$y^2 - 11y + 30 = 0$.
Согласно теореме Виета
$\begin{cases} y_1 = 5 \\ y_2 = 6 \end{cases} \begin{cases} x_1 = \frac{5}{2} \\ x_2 = \frac{6}{2} \end{cases}$, тогда $\begin{cases} x_1 = 2{,}5 \\ x_2 = 3. \end{cases}$
Ответ: 2,5; 3.

Задания для самостоятельной работы

Решите уравнения способом «переброски»

1) $x^2 - 2x - 15 = 0$;
4) $x^2 - 12x + 35 = 0$;

2) $x^2 + 2x - 8 = 0;$ 5) $3x^2 + 14x + 16 = 0;$
3) $x^2 + 10x + 9 = 0;$ 6) $2x^2 - 5x + 6 = 0.$

2.6. Свойства коэффициентов квадратного уравнения

Пусть дано квадратное уравнение
$ax^2 + bx + c = 0$, где $a \neq 0$.
1. *Если* $a + b + c = 0$ (*т.е. сумма коэффициентов уравнения равна нулю*), то $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{c}{a}$.
Доказательство. Разделим обе части уравнения на а$\neq 0$, получим приведенное квадратное уравнение
$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$
Согласно теореме Виета
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a}. \end{cases}$$
По условию $a + b + c = 0$, откуда $b = -a - c$. Значит,
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-a-c}{a} = 1 + \frac{c}{a}, \\ x_1 x_2 = 1 \cdot \frac{c}{a}. \end{cases}$$
Получаем $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$, что и требовалось доказать.
2. Если$a - b + c = 0$, или$b = a + c$,то$x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$.
Доказательство. По теореме Виета
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a}. \end{cases}$$
По условию $a - b + c = 0$, откуда $b = a + c$. Таким образом,
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{a-b}{a} = -1 - \frac{c}{a}, \\ x_1 x_2 = -1\left(-\frac{c}{a}\right), \end{cases}$$
т.е.$x_1 = -1$ и $x_2 = \frac{c}{a}$, что и требовалось доказать.

Пример

Решим уравнение $345x^2 - 137x - 208 = 0$.
Решение. Так как $a + b + c = 0\ (345 - 17 - 208) = 0)$, то $x_1 = 1$,
$$x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-208}{345}$$
Ответ:$1, -\frac{208}{345}$.

Мы рассмотрели только два случая решенияуравнений с помощью коэффициентов, так как он хорошо запоминается и доступен каждому учащемуся.

Задания для самостоятельной работы

Решите уравнение способом свойства коэффициентов

1) $5x^2 - 7x + 2 = 0$;

2) $3x^2 + 5x - 8 = 0$;

3) $11x^2 + 25x - 36 = 0$;

4) $839x^2 - 448x - 391 = 0$;

5) $939x^2 + 978x + 39 = 0$;

6) $313x^2 + 326x + 13 = 0$.

2.7. Графическое решение квадратного уравнения

Если в уравнении

$x^2 + px + q = 0$

перенести второй и третий члены в правую часть, то получим

$x^2 = - px - q$

Построим графики зависимостей $y = x^2$ и $y = - px - q$

График первой зависимости – парабола, проходящая через начало координат. График второй зависимости – прямая (рисунок правее).

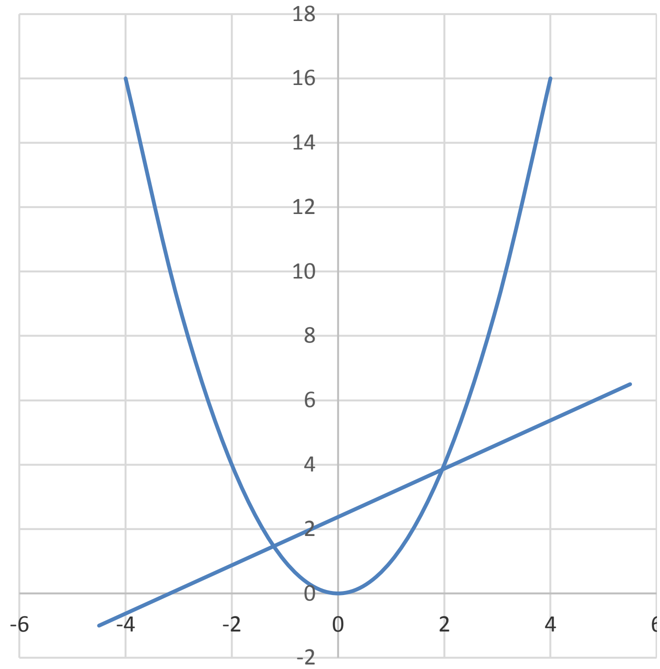

Рис. 1

Возможны следующий случаи:

– Прямая и парабола могут пересекаться в двух точках, абсциссы точек пересечения являются корнями квадратного уравнения;

– Прямая и парабола могут касаться (только одна общая точка), то есть квадратное уравнение имеет одно решение;

– Прямая и парабола не имеют общих точек, то есть квадратное уравнение не имеет решения

Примеры

1. Решим графическиуравнение $x^2 - 3x - 4 = 0$ (рис. 2).

Решение. Запишем уравнение в виде $x^2 = 3x + 4$ Построим параболу $y = x^2$ и прямую $y = 3x + 4$ можно построить по двум точкам $M\ (0;\ 4)$ и $N\ (3;\ 13)$. Прямая и парабола пересекаются в двух точках A и B с абсциссами $x_1 = -1$ и $x_2 = 4$

Ответ: $-1, 4$

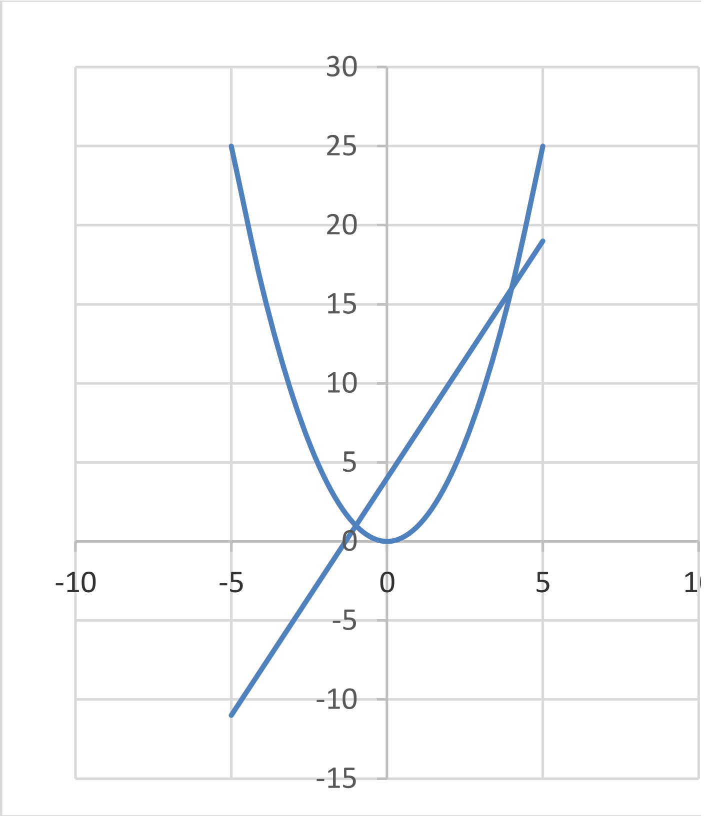

Рис. 2

2. Решим графически уравнение (рис. 3)

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

Решение. Запишем уравнение в виде $x^2 = 2x - 1$ Построим параболу $y = x^2$ и прямую $y = 2x - 1$. Прямую $y = 2x - 1$ построим по двум точкам $M(0;\ -1)$ и $N\ (2{,}5; 0)$. Прямая и парабола пересекаются в точке А с абсциссой $x = 1$.

Ответ: 1.

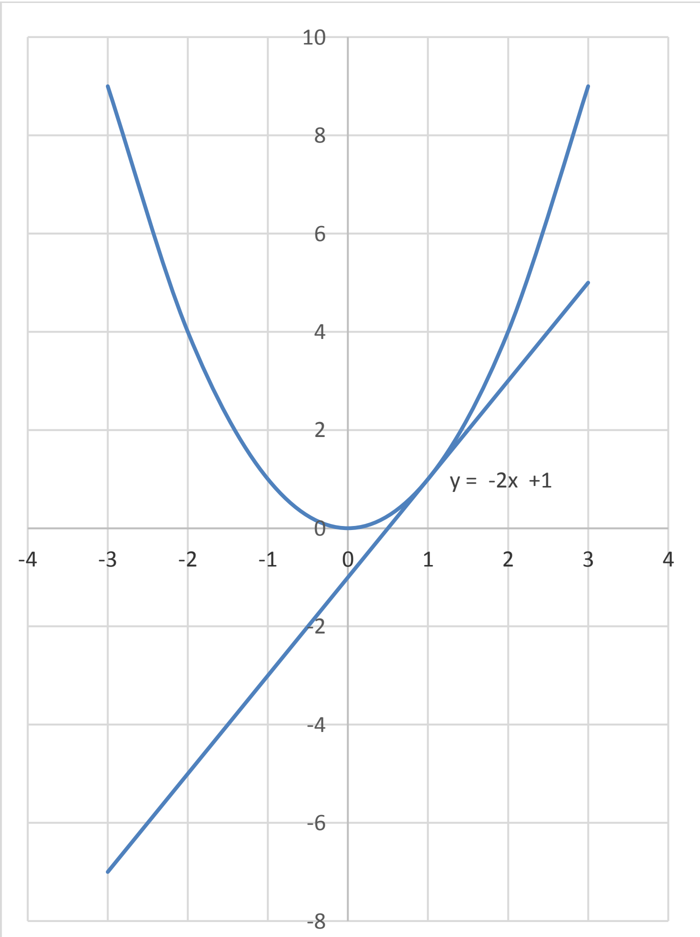

Рис 3

3. Решим графически уравнение $x^2 + 2x + 5 = 0$.

Решение. Запишем уравнение в виде $x^2 = 5x - 5$

Построим параболу $y = x^2$ и прямую $y = 2x - 5$. Прямую $y = 2x - 5$ построим по двум точкам $M(0; -5)$ и $N(2{,}5; 0)$. Прямая и парабола не имеют точек пересечения, то есть данное уравнение корней не имеет.

Ответ: Корней нет.

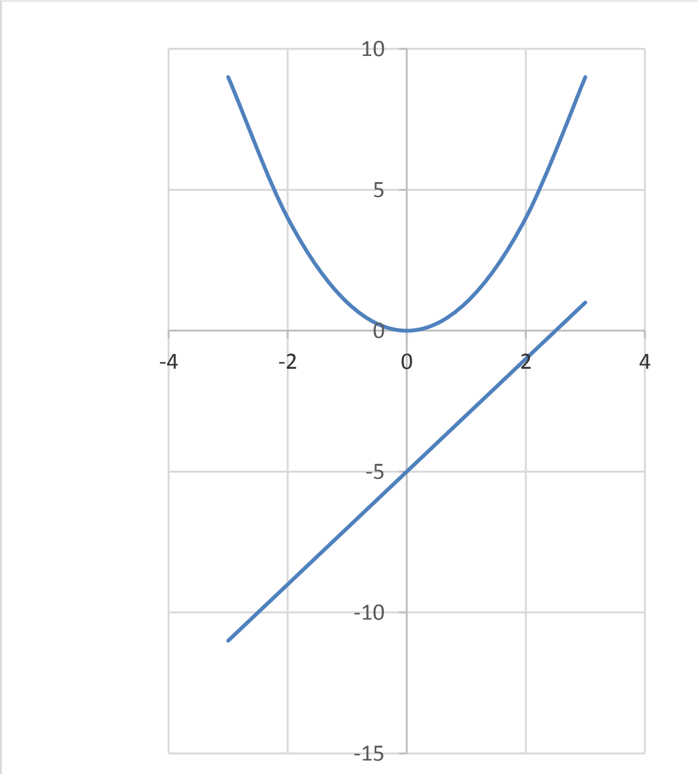

Рис. 4

Задания для самостоятельой работы

Решите графически уравнения:

1) $x^2 - x - 6 = 0$;
2) $x^2 - 4x + 4 = 0$;
3) $x^2 + 4x + 6 = 0$,
4) $x^2 - x - 6 = 0$;
5) $x^2 + 2x - 3 = 0$;
6) $4x^2 - 4x - 1 = 0$.

2.8. Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и ленейки

Графический споособ решения квадратных уравнений с помощью параболы неудобен. Если сроить параболу по точкам, то требуется много времени, и при этом степень точности получаемых результатов невелика.

Предлагаем следующий способ нахождение *корней квадратного уравнения*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

с помощью циркуля и линейки (рис. 5)

Допустим, что искомая окружность пересекает ось абсцисс в точках $B(x_1;\ 0)$ и $D(x_2;\ 0)$, где x_1 и x_2 — корни уравнения

$ax^2 + bx + c = 0$**,**

и проходит через точки $A(0;\ 1)$ и $C(0;\ \frac{c}{a})$**.**

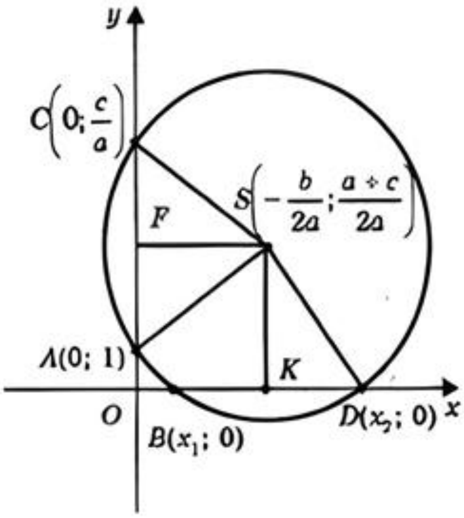

Рис. 5

Тогда по теоереме о секущих имеем $OB\ \cdot\ OD\ =\ OA\ \cdot OC$, откуда $OC\ = \frac{OB\ \cdot OD}{OA} = \frac{x1\ \cdot x2}{OA} = \frac{c}{a}$

Центр окружности находится на точке пересечения перпендикуляров SF и SK , восстановленных в серединах хорд AC и BD

$$SK\ = \frac{x_1+x_2}{2} = \frac{-\frac{b}{a}}{2} = -\frac{a+c}{2a}$$

$$SF\ = \frac{y_1+y_2}{2} = \frac{1+\frac{c}{a}}{2} = \frac{a+c}{2a}$$

Итак:

1) Построим точки $S\left(-\frac{b}{2a};\ \frac{a+c}{2a}\right)$ (центр окружности) и $A(0;\ 1)$
2) Проведем окружности с радиусом SA;

Абсциссы точек пересечения этой окружности с осью $0x$ являются корнями квадратного уравнения

При этом волзможны три случая.

1) Радиус окружности меньше ординаты центра $\begin{pmatrix} AS > SK,\ \text{или} \\ R > \frac{a+c}{2a} \end{pmatrix}$, окружность пересекает ось Ох в двух точках (рис. 6, *а*) $B(x_1;\ 0)$ и $D(x_2;\ 0)$, где x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2\ + + bx\ +\ c\ =\ 0$
2) Радиус окружности равен ординате центра $\begin{pmatrix} AS = SB,\ \text{или} \\ R = \frac{a+c}{2a} \end{pmatrix}$, окружность касается оси $0x$ (рис. 6,*б*), в точке $B(x_1;\ 0)$. Где x_1 – корень квадратного уравнения.
3) Радиус окружности меньше ординаты центра $\begin{pmatrix} AS = SB, \text{или} \\ R < \frac{a+c}{2a} \end{pmatrix}$, окружность не имеет общих точек с осью абсцисс (рис. 6, *в*), в этом случае уравнение не имеет решения.

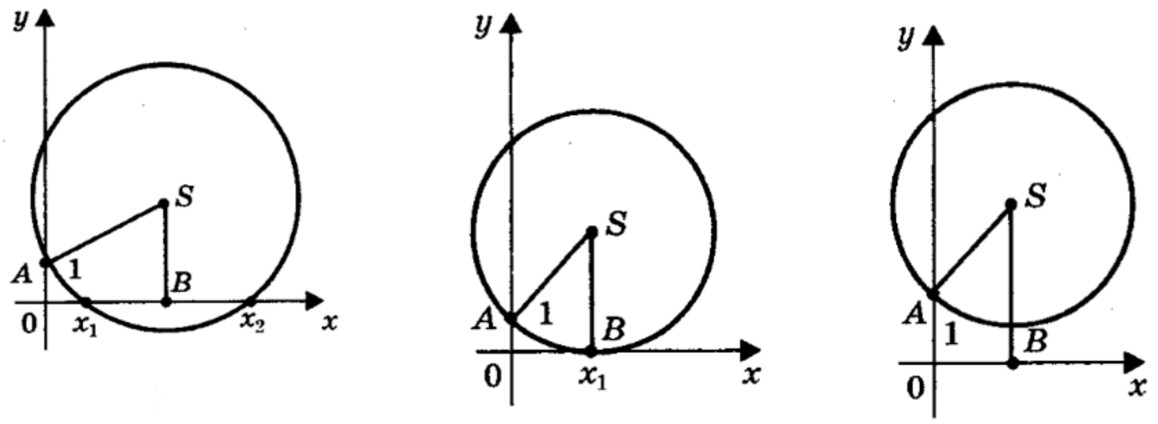

Рис. 6

а) $AS > SB$,

$$R > \frac{a+c}{2a}$$

Два решения x_1 и x_2.

б) $AS = SB$,

$R = \frac{a+c}{2a}$.

Одно решение x_1.

в) $AS < SB, R < \frac{a+c}{2a}$.

Нет решений.

Примеры

1. Решим уравнение $x^2 - 2x - 3 = 0$

Решение.

Определим координаты точки центра окружности по формулам:

$x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-2}{2 \cdot 1} = 1$

$y = \dfrac{a+c}{2a} = \dfrac{1-3}{2 \cdot 1} = -1$

Проведем окружность радиуса SA, где $A\ (0;\ 1)$. *Ответ:* $-1, 3$.

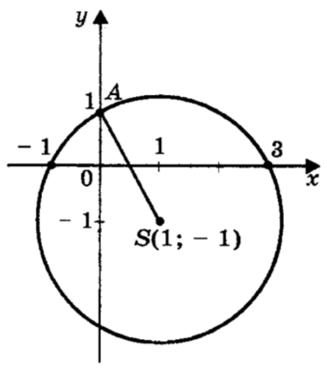

Рис. 7

2. Решим уравнение

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

Решение.

Определим координаты точки центра окружности по формулам:

$x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-5}{2 \cdot 1} = 2{,}5$

$y = \dfrac{a+c}{2a} = \dfrac{1+4}{2 \cdot 1} = 2{,}5$

Проведем окружность радиуса $A(0;\ 1)$

Ответ: $1, 4$.

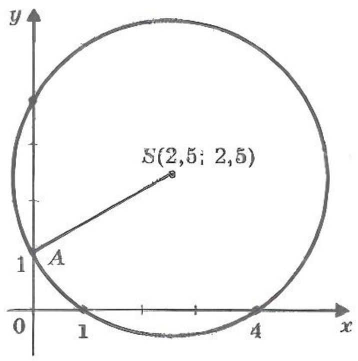

Рис. 8

3. Решим уравнение$x^2 + 4x + 4 = 0$

Решение.

Определим координаты точки центра окружности по формулам:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -2$$

$$y = \frac{a+c}{2a} = \frac{1+4}{2 \cdot 1} = 2{,}5$$

Проведем окружность радиуса A, где $A(0;\ 1)$

Ответ:-2.

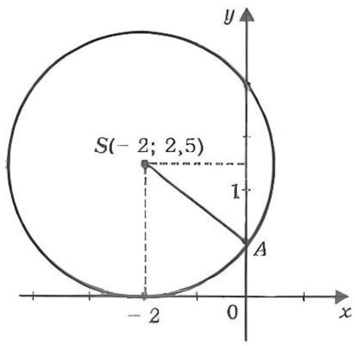

Рис. 9

4. Решим уравнение $x^2 - 2x + 3 = 0$

Решение.

Определим координаты точки центра окружности по формулам:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{3+1} = 1$$

$$\text{y} = \frac{a+c}{2a} = \frac{3+1}{2 \cdot 1} = 2$$

Проведем окружность радиуса A, где $A(0;\ 1)$.

Ответ: уравнение не имеет решения.

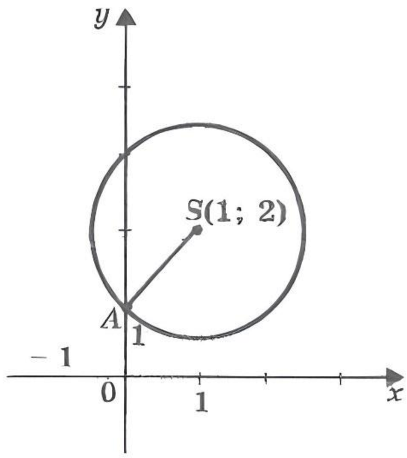

Рис. 10

Задания для самостоятельной работы

Решите с помощью циркуля и линейки следующие уравнения:

1. $x^2 - 3x + 2 = 0$;
2. $x^2 - 3x - 10 = 0$;
3. $x^2 + 4x + 3 = 10$
4. $2x^2 - 7x + 5 = 0$;
5. $x^2 - 6x + 9 = 0$;
6. $x^2 + 4x + 5 = 0$.

2.9. Решение квадратных уравнений с помощью номограммы

Это старый и незаслуженно забытый способ решения квадратных уравнений, помещенный на с. 83 (см. *Брадис В.М.* Четырехзначнче математические таблицы. -М., Просвещение, 1990).

Таблица XXII. Номограмма для решения уравнения $z^2 + pz + q = 0$. Эта номограмма позволяет, не решая квадратного уравнения, по его коэффициентам определить корни уравнения.

Криволинейная шкала номограммы построена по формулам(рис. 11):

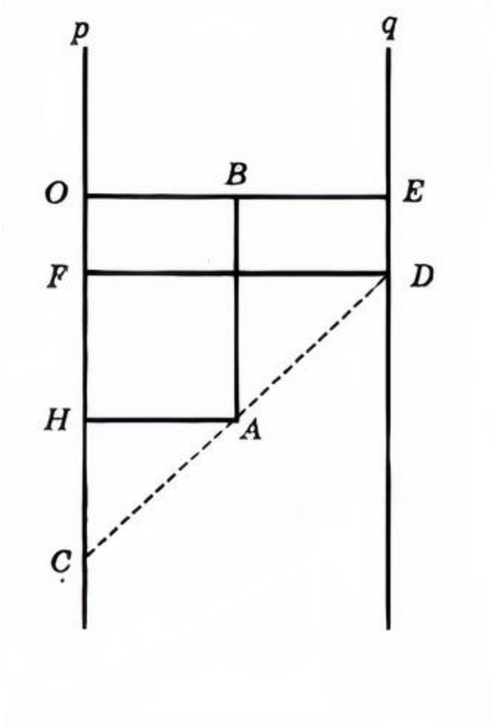

Рис. 11

$$OB = \frac{a}{1+z}, AB = \frac{-z^2}{1+z}.$$

Полагая $OC = p, ED = 1, OE = a$(все в см), из подобия треугольников CAH и CDF получим пропорцию:

$$\frac{p-q}{p-AB} = \frac{a}{OB},$$

Откуда после подстановок и упрощений вытекает уравнение

$z^2 + pz + q = 0$, причем буква z означает метку любой точки криволинейной шкалы.

Пример

1. Для уравнения $z^2 - 9z + 8 = 0$ номограмма дает корни $z_1 = 8{,}0$ и $z_2 = 1{,}0$ (рис. 12)

2. Решим с помощью номограммы уравнение $2z^2 - 9z + 2 = 0$.

Разделим коэффициенты этого уравнения на 2, получим уравнение $z^2 - 4{,}5z + 1 = 0$. Номограмма дает корни $z_1 = 4$ и $z_2 = 0{,}5$.

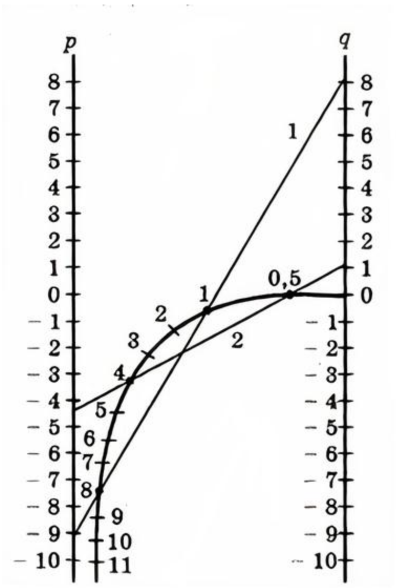

Рис. 12

3. Для уравнения $z^2 + 5z - 6 = 0$

номограмма дает положительный корень $z_1 = 1{,}0$, а отрицательный корень находим, вычитая положительный корень из $-p$, т. е. $z_2 = -p - 1 = -5 - 1 = -6{,}0$(рис.13)

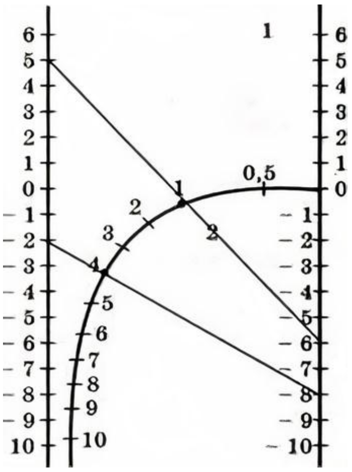

Рис. 13

4. Для решения уравнения

$z^2 - 2z - 8 = 0$ номограмма дает положительный корень , берем $z_1 = 4{,}0$, отрицательный равен

$$z_2 = -p - z_1 = 2 - 4 = -2{,}0$$

5. Для уравнения$z^2 + 4z + 3 = 0$, оба корня которого отрицательные числа, берем $z_1 = -t$ и находим по номограмме два положительных корня t_1 и t_2 уравнения $t^2 - 4t + 3 = 0$, это $t_1 = 1$ и $t_2 = 3$, а затем $z_1 = -t_1 = -1$ и $z_2 = -t_2 = -3$.

Если коэффициенты p и q выходят за пределы шкалы, то выполняют подстановку $z = kt$и решают с помощью номограммы уравнение $t^2 + \frac{p}{k}k + \frac{q}{k^2} = 0$,

Где k берут с таким расчетом, чтобы имели место неравенства

$-12{,}6 \le \frac{p}{k} \le 12{,}6 - 12{,}6 \le \frac{q}{k^2} \le 12{,}6$.

6. Для уравнения $z^2 - 25z + 66 = 0$

коэффициенты p и q выходят за пределы шкалы, выполним подстановку

$z = 5t$, получим уравнение

$t_2 - 5t + 2{,}64 = 0$, которое решаем посредством номограммы и получим $t_1 = 0{,}6$ и $t_2 = 4{,}4$, откуда $z_1 = 5\,t_1 = 5 \cdot 0{,}6 = 3{,}0$ и $z_2 = 5\,t_2 = 5 \cdot 4{,}4 = 22{,}0$.

Задания для самостоятельной работы

Решите с помощью номограммы уравнения

1.	$z^2 - 7z + 6 = 0;$	4.	$z^2 - z - 6 = 0;$
2.	$z^2 + 5z + 4 = 0;$	5.	$z^2 - 11z + 18 = 0;$
3.	$z^2 - 4z + 4 = 0;$	6.	$z^2 - 2z + 3 = 0.$

2.10. Геометрический способ решения квадратных уравнений

В древности, когда геометрия была более развита, чем алгебра, квадратные уравнения решали не алгебраически, а геометрически. Приведем ставший знаменитым пример из «Алгебры» ал - Хорезми.

Примеры

1. Решим уравнение $x^2 + 10x = 39$.

В оригинале эта задача формулируется следующим образом: «Квадрат и десять корней равны 39» (рис.14)

Решение. Рассмотрим квадрат со стороной x, на его сторонах строятся прямоугольники так, что другая сторона каждого из них равна $2\frac{1}{2}$, следовательно, площадь каждого равна $2\frac{1}{2}x$. Полученную фигуру дополняют затем до нового квадрата ABCD, достраивая в углах четыре равных квадрата, сторона каждого их них $2\frac{1}{2}$, а площадь $6\frac{1}{4}$.

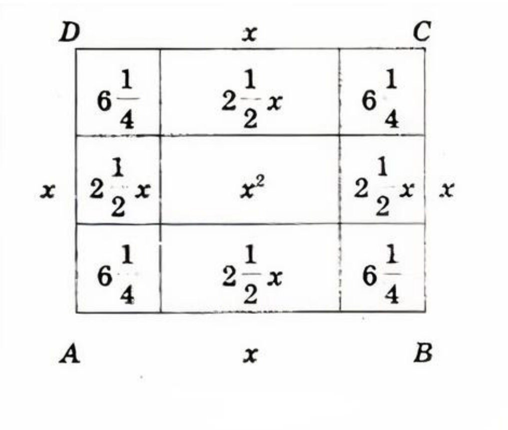

Рис. 14

Площадь S квадрата $ABCD$ можно представить как сумму площадей: первоначального квадрата x^2, четырех прямоугольников

$\left(4 \cdot 2\frac{1}{2}x = 10x\right)$ и четырех пристроенных квадратов $\left(6\frac{1}{4} \cdot 4 = 25\right)$, т.е. $S = x^2 + 10x + 25$. Заменяя $x^2 + 10x$ числом 39, получим, что $S = 39 + 25 = 64$, откуда следует, что сторона квадрата $ABCD$, т.е. отрезок $\mathrm{AB} = 8$. Для искомой стороны x первоначального квадрата получим

$$x = 8 - 2\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} = 3$$

2. А вот, например, как древние греки решали уравнение

$y^2 + 6y - 16 = 0.$

Решение представлено на рис. 15, где $y^2 + 6y = 16$, или

$y^2 + 6y + 9 = 16 + 9.$

Решение. Выражения $y^2 + 6y + 9$ и $16 + 9$ геометрически представляют собой один и тот же квадрат, а исходное уравнение $y^2 + 6y - 16 + 9 - 9 = 0$ - одно и то же уравнение. Откуда и получаем, что $y + 3 = \pm 5$, или $y_1 = 2, y_2 = -8$ (рис.15).

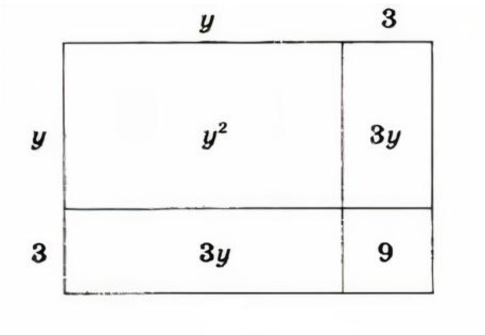

Рис.15

Задания для самостоятельной работы

Решите квадратные уравнения с помощью геометрического способа

1) $x^2 + 6x + 5 = 0;$
2) $x^2 + 6x - 16 = 0;$
3) $x^2 - 4x - 12 = 0;$
4) $x^2 - 8x + 9 = 0;$
5) $x^2 + 7x - 8 = 0;$
6) $4x^2 + 6x + 5 = 0.$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арефьев И. П., Пирютко* О. И. Учебное пособие для 8 класса учреждений общего среднего образования с русским языком обучения. – М., «Народная асвета» 2018.

2. *М., Математика* (приложение к газете “Первое сентября”), №№ 21/96, 10/97, 24,97, 18/98, 21/98.
3. *Пресман А.А.* Решение квадратного уравнения с помощью циркуля и линейки. – М., Квант, № 4/72. С. 34.
4. *Соломник В.С.*, Милов П.И. Сборник вопросов и задач по математике. Изд. 4-е, дополн. – М., Высшая школа, 1973.
5. *Худобин А.И.* Сборник задач по алгебре и элементарным функциям. Пособие для учителя. Изд 2-е. – М., Просвещение, 1970.
6. Интернет-ресурсы: https://ppt-online.org/615283, https://kopilkaurokov.ru/matematika/uroki/12-sposobov-rieshieniia-kvadratnykh-uravnieni