

Задачи по математике: эвристика и исследование

С. И. Якубчик,

учитель математики
первой квалификационной категории
Романовской СШ Слуцкого района

Что значит владение математикой? Это есть умение решать задачи, причем не только стандартные, но и требующие известной независимости мышления, здравого смысла, оригинальности, изобретательности.

Дьёрдь Пойа

Рост объема информации в современном мире требует от каждого человека таких качеств, как инициативность, изобретательность и предприимчивость. Важно уметь быстро и точно принимать решения, что невозможно без развития творческого и самостоятельного мышления.

Школа должна реагировать на эти изменения, акцентируя внимание на развитии творческих способностей учащихся. Каждому ребенку присущи задатки к творчеству, и наша задача – помочь ему раскрыть и развить эти способности, например, с помощью эвристических и исследовательских задач.

Задачи эвристического характера берут свое начало еще со времен Сократа, который мастерски применял беседу не для передачи новых знаний, а для того, чтобы помочь людям самостоятельно их открыть. Он обучал своих учеников вести диалог, участвовать в полемике, мыслить логически, побуждал их последовательно развивать спорные идеи, помогал осознать абсурдность первоначальных утверждений и направлял их к правильным выводам.

Очевидно, что школьное обучение должно быть ориентировано на развитие эвристического мышления, которое позволяет учащимся самостоятельно приобретать новые знания и применять их в разнообразных ситуациях.

Основные результаты эвристического обучения:

- самостоятельное усвоение знаний и способов действий;
- развитие творческого мышления (перенос знаний и умений в новую ситуацию);
- развитие умения видеть новую проблему в традиционной ситуации, новые признаки изучаемого объекта;
- преобразование известных способов деятельности и самостоятельное создание новых);
- развитие мыслительных навыков;
- обучение приемам активного общения;
- развитие мотивации учения, мотивации достижения.

Учитель сочетает частичное объяснение нового материала с формулированием проблемных заданий. Результаты, полученные учениками, сопоставляются с культурно-историческими аналогами, что позволяет переосмыслить, доработать их, создавая необходимость для новой деятельности.

Задачи учителя:

- а) постоянное расширение знаний учеников в области математики;
- б) развитие общеучебных умений и навыков;
- в) стимулирование креативного мышления;
- г) поощрение творческой самостоятельности учащихся;
- д) воспитание творческой личности.

Степень сложности задачи определяется числом существенных взаимосвязей в ее условии, числом опосредований и преобразований, приводящих к нахождению искомого. Зависит она и от уровня самостоятельности учащихся при постановке и решении проблемы.

Одной из основных причин, по которым учащиеся сталкиваются с трудностями при решении задач, является то, что математические задачи в основных разделах школьных учебников обычно сосредоточены на одной теме. Их решение требует от учеников знаний, умений и навыков, связанных только с одним аспектом учебного материала, и не предполагает глубоких связей между различными разделами школьного курса математики. Их функция чаще всего заключается в иллюстрировании

теоретического материала и разъяснении его смысла. Поэтому ученикам обычно не составляет труда найти подходящий метод решения задачи. Этот метод иногда подсказывается названием раздела учебника или задачника, темой, рассматриваемой на уроке, указаниями учителя. Таким образом, самостоятельный поиск решения со стороны ученика сводится к минимуму. Тем не менее, при выполнении задач на повторение, которые требуют знаний из нескольких тем, учащиеся часто испытывают определенные трудности. Эвристические задачи могут помочь в преодолении этой проблемы.

Эвристическая задача является эффективным способом привлечь внимание и вызвать учебный интерес, а также приблизить возможность открытия. Эти задачи могут быть предложены как для выполнения в классе, так и для домашней работы, при этом ученики должны иметь возможность выбирать любой вариант задания.

Примеры эвристических задач.

1. Решить актуальную проблему из области науки: доказать математическую закономерность, лемму или теорему.
2. Объяснить графическую форму цифр, их взаимосвязь и последовательность.
3. Исследовать объект (число, уравнение, задачу); определить его происхождение и смысл, а также структуру, признаки, функции и связи. Применить различные научные подходы к исследованию одного и того же объекта.
4. Провести математический эксперимент или опыт.
5. Изучить исторические факты, например, создание десятичной системы счисления.
6. Выделить общее и отличительное в различных системах.
7. Придумать обозначение для числа или понятия; дать определение изучаемому объекту или явлению; сформулировать математическую закономерность и т.д.
8. Придумать задачу или математическую сказку.
9. Составить математический кроссворд, игру, викторину или сборник собственных задач.
10. Изготовить модель, математическую фигуру или геометрический сад.
11. Провести урок в роли учителя, разработать свои учебные пособия, памятки и алгоритмы решения задач.

12. Определить цели своих занятий по математике на день, четверть или год; составить план домашней, классной или творческой работы.

Эвристические задачи стимулируют учащихся находить различные подходы к решению, анализировать информацию и делать выводы. Они способствуют развитию навыков применения знаний в нестандартных ситуациях.

Исследовательские задачи, в свою очередь, требуют более глубокого анализа и изучения, побуждая учащихся формулировать гипотезы, проводить эксперименты и делать обоснованные заключения.

Учитель, использующий задачи исследовательской направленности, по мнению советского и российского психолога и педагога, специалиста в области диагностики и развития детской одарённости Савенкова А. И., должен:

- обладать сверхчувствительностью к проблемам, быть способным видеть «удивительное в обыденном»;

- уметь находить и ставить перед учащимися реальные учебно-исследовательские задачи в понятной для детей форме;

- уметь увлечь учащихся дидактически ценной проблемой, сделав ее проблемой самих детей;

- быть способным к выполнению функций координатора и партнера в исследовательском поиске;

- быть терпимым к ошибкам учеников, допускаемым ими в попытках найти собственное решение. Предлагать свою помощь или источники информации только в тех случаях, когда учащийся начинает чувствовать безнадежность своего поиска;

- предоставлять возможность для регулярных отчетов рабочих групп и обмена мнениями в ходе открытых общих обсуждений;

- поощрять критическое отношение к исследовательским процедурам;

- стимулировать предложения по улучшению работы и выдвижению новых, оригинальных направлений исследования;

- внимательно следить за динамикой детских интересов к изучаемой проблеме. уметь закончить проведение исследований и работу по обсуждению и внедрению решений в практику до появления у детей признаков потери интереса к проблеме;

– быть гибким и при сохранении высокой мотивации разрешать отдельным учащимся продолжать работать над проблемой на добровольных началах, пока другие ищут пути подхода к новой проблеме [1].

Примеры задач исследовательской направленности:

1. Для крепления мачты корабля нужно установить 4 троса. Один конец каждого троса должен крепиться на высоте 12 м, другой на земле на расстоянии 5 м от мачты. Хватит ли 50 м троса для крепления мачты?

2. Построить прямоугольные треугольники с катетами 12 и 5; 3 и 4; 8 и 15 и измерить гипотенузу.

3. В каком треугольнике, по вашему мнению, сумма внутренних углов больше – в остроугольном или тупоугольном?

Задача. Дан прямоугольный параллелепипед с измерениями 3, 5 и 8 см. Найти площадь его основания и объём.

Эвристическая задача.

Вам необходимо спроектировать упаковку для игрушек в форме прямоугольного параллелепипеда, чтобы максимально эффективно использовать пространство коробки. Коробка должна иметь размеры 3 см, 5 см и 8 см.

1. Определите площадь основания вашей упаковки.

2. Рассчитайте объём коробки, чтобы понять, сколько игрушек в ней можно разместить.

3. Подумайте, как можно изменить размеры упаковки, чтобы увеличить её объём, не выходя за рамки определённых ограничений (например, максимальные размеры упаковки не должны превышать 10 см в любом измерении).

4. Какое количество игрушек вы сможете разместить в новой упаковке, если одна игрушка занимает объём 2 см^3 ?

Эта задача требует не только вычислений, но и креативного подхода к проектированию упаковки с учётом её функциональности и ограничения по размерам.

Исследовательская задача.

Ваша задача состоит в том, чтобы исследовать различные параметры прямоугольного параллелепипеда, который используется в упаковке товаров. Рассмотрите параллелепипед с измерениями 3 см, 5 см и 8 см.

1. Вычислите площадь основания и объём параллелепипеда.

2. Исследуйте, как изменение одной из сторон (длины, ширины или высоты) на 1 см повлияет на площадь основания и объём.

3. Рассмотрите, как изменения в размерах влияют на соотношение объёма и площади основания.

4. Примените полученные результаты к реальной ситуации: определите, как изменение размеров упаковки может повлиять на количество товара, помещаемого в коробку, и на эффективность использования материалов для упаковки.

Дополнительные вопросы:

– Какое максимальное количество таких параллелепипедов можно разместить в контейнере с заданными размерами?

– Как изменение формы упаковки (например, переход к кубу) повлияет на объём и площадь поверхности?

Эта задача даст учащимся возможность не только использовать свои знания о геометрических фигурах, но и развить исследовательские навыки, а также осознать практическое применение математики в повседневной жизни.

Далеко не все в учебном материале может быть для учащихся интересно. И тогда выступает еще один, не менее важный источник познавательного интереса – сам процесс деятельности. Для того чтобы пробудить желание учиться, необходимо развивать у ученика потребность заниматься познавательной деятельностью. Это подразумевает, что в процессе обучения школьник должен обнаруживать привлекательные аспекты, чтобы сам процесс обучения вызывал положительный интерес. Достичь этого можно прежде всего через разнообразные формы самостоятельной работы учащихся, организованные с учетом их индивидуальных интересов.

Литература

1. Савенков, А. И. Психологические основы исследовательского обучения школьников // Фізика: проблеми викладання. – 2007. – № 3. – С. 14– 24. – URL: <https://www.alsak.ru/item/56-4.html> (дата обращения: 20.11.2024).

2. Сгибнев, А. И. Исследовательские задачи для начинающих. 2-е изд., испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2015. – 136 с. – URL: <https://old.mccme.ru/free-books//sgibnev-issl.pdf> (дата обращения: 22.11.2024).