

Вучэбны модуль ” Паказальная функцыя “ ў 11 класе

Модульнае навучанне дазваляе матывіраваць навучальныя запыты кожнага вучня, забяспечваць і пры гэтым улічваць індывідуальныя магчымасці.

У працэсе работы з модулем вучань самастойна, з пэўнай дапамогай настаўніка рашае канкрэтныя задачы вучэбна-пазнавальнай дзейнасці. Асноўны час вучні працуюць самастойна, вучацца ставіць перад сабой мэты, планаваць, арганізоўваць сваю працу, кантраляваць дасягнутыя вынікі, ацэньваць сваю работу. Усё гэта дазваляе вучню самастойна вызначыць узровень засваення ведаў, бачыць прабелы ў ведах і ўменнях.

Настаўнік ажыццяўляе кіраванне вучэбна-пазнавальнай дзейнасцю праз модуль і кансультацыі.

Распрацаваны вучэбны модуль “Паказальная функцыя” з’ўляецца асновай метадычнага забеспячэння работы настаўніка пры вывучэнні дадзенай тэмы ў 11 класе сярэдняй агульнаадукацыйнай установы на базавым узроўні, а таксама можа быць выкарыстаны на факультатыўных занятках, пры падрыхтоўцы да цэнтралізаванага тэсціравання.

Вучэбны модуль ” Паказальная функцыя “

Уваход у модуль

Вучэбны матэрыял	Кіраванне навучаннем
<p><i>Раней чым пачаць вывучаць дадзены модуль, правярце свае веды. Рашыце наступны тэст і укажыце правільныя адказы.</i></p> <p style="text-align: center;">Тэст</p> <p>1.Ці правільна, што $\sqrt[3]{2^2} = (\sqrt[3]{2})^2$?</p> <p>2.Ці правільна, што $a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$, ($a > 0$)?</p> <p>3.Запішыце ў выглядзе ступені з дробным паказчыкам $\sqrt{a^5}$, $a > 0$.</p> <p>4.Вылічыце $25^{\frac{1}{2}}$.</p> <p>5.Знайдзіце абсяг выразу $(3a - 9)^{\frac{1}{5}}$.</p> <p>6.Параўнайце лікі : а) $2^{\frac{1}{2}}$ і $2^{\sqrt{3}}$; б) $0,11^{\sqrt{3}}$ і $0,11^{\sqrt{5}}$.</p> <p>7.Спасціце выраз :</p> <p>а) $\left(2a^{\frac{1}{2}} + 3e^{\frac{1}{4}}\right)\left(2a^{\frac{1}{2}} - 3e^{\frac{1}{4}}\right)$;</p> <p>б) $\left((\sqrt{7})^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$.</p> <p>8. Спрасціце выраз $3^{(\sqrt{2}+1)^2} : 9^{\sqrt{2}}$.</p> <p>9. Запішыце выраз у выглядзе ступені $a^{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} : (\sqrt{e} : \sqrt[3]{a})$.</p> <p>10.Запішыце выраз у выглядзе ступені</p>	<p><i>Для вывучэння дадзенага модуля неабходна актуалізаваць апорныя веды і ўменні раней вывучанага матэрыяла; ведаць:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • азначэнне ступені ліку, большага за 1 з ірацыянальным паказчыкам; • азначэнне ступені дадатнага ліку, меншага за 1 з ірацыянальным паказчыкам; • азначэнне ступені дадатнага ліку, для выпадкаў , калі паказчык : <ul style="list-style-type: none"> а) натуральны лік, большы б) за 1; в) 1; г) 0; д) адмоўны лік; е) рацыянальны лік; ж) любы ірацыянальны лік • тэарэму аб дзеяннях над ступенямі з адвольным рэчаісным паказчыкам. <p style="text-align: center;">Адказы:</p> <p>1. так</p> <p>2. так</p> <p>3. $a^{\frac{5}{2}}$</p> <p>4. 5</p>

$$\sqrt[3]{32} \cdot \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[5]{128} : \sqrt[4]{1024} \cdot \sqrt[5]{256} \cdot \sqrt[3]{64} .$$

7.а) $4a - 9e^{\frac{1}{2}}$

б) 7

8. 27

9. $a^{\frac{7}{4}} \cdot e^{\frac{-1}{6}}$

10. 2

*Калі правільна рашылі тэст,
прыступайце да вывучэння модуля.*

*Калі вы дапусцілі памылкі або
сутыкнуліся з цяжкасцямі,
звярніцеся за кансультацыяй да
настаўніка і паўтарыце наступны
матэрыял:*

азначэнне ступені;

уласцівасці ступені;

формулы скарачанага множання.

*Правільныя адказы на тэст даюць
“пропуск” на ўваход у модуль*

ВЭ – 0. Уводзіны ў модуль

Вучэбны матэрыял	Кіраванне навучаннем
<p>Модуль уключае ў сябе наступныя тэмы:</p> <p>1. Паказальная функцыя, яе ўласцівасці</p>	<p><i>Абавязковая літаратура:</i> <i>Шнэперман Л. Б. Алгебра. 11 клас. Мн., 2008.</i></p>

<p>і графік (В Э – 1)</p> <p>2. Рашэнне паказальных ураўненняў (ВЭ – 2)</p> <p>3. Рашэнне паказальных няроўнасцей (ВЭ – 3)</p> <p>4. Рашэнне сістэм паказальных ураўненняў няроўнасцей (ВЭ – 4)</p> <p>5. Абагульненне тэмы (ВЭ –R)</p> <p>6. Выніковы кантроль па модулю. (ВЭ – К)</p> <p>Мэты вывучэння модуля:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ведаць азначэнне паказальнай функцыі, яе ўласцівасці, графік; - умець рашаць паказальныя ўраўненні і роўнасці; - умець рашаць сістэмы паказальных ўраў- ненняў і няроўнасцей. 	
--	--

ВЭ – 1. Паказальная функцыя, яе ўласцівасці і графік

Вучэбны матэрыял	Кіраванне навучаннем
<p><i>Пасля вывучэння дадзенага элемента вы павінны</i></p> <p>ведаць :</p> <p>асноўныя паняцці паказальнай функцыі, яе ўласцівасці, графік;</p> <p>умець:</p> <ul style="list-style-type: none"> • умець знаходзіць абсяг паказальнай функцыі; • умець знаходзіць вобласць значэнняў паказальнай функцыі; • будаваць графікі паказальных функцый 	

• умець вызначаць прамежкі нарастання або спадання паказальнай функцыі.

Парадак вывучэння пытанняў

1. Вывучыце змест тэмы па падручніку

Шнэперман Л. Б. Алгебра. 11 клас. Мн., 2008.

2. Запомніце азначэнне паказальнай функцыі; асноўныя ўласцівасці паказальнай функцыі; графікі паказальных функцый; прымяненне азначэння паказальнай функцыі, уласцівасцей паказальнай функцыі пры рашэнні прыкладаў .

3. Выканайце наступныя вучэбныя заданні:

Заданне 1

Ці з'яўляецца паказальнай функцыя:

1) $y = 5^x$; 4) $y = \pi^x$;

2) $y = (-5)^x$; 5) $y = 1^{3x}$?

3) $y = x$;

Для выканання задання 1 неабходна ведаць азначэнне паказальнай функцыі.

Узор:

Вызначыць, ці з'яўляюцца функцыі паказальнымі.

1. $y = 8^x$ - функцыя паказальная, так як яна прыведзена да выгляду $y = a^x$, дзе $a = 8, 8 > 0, 8 \neq 0$.

2. Функцыя $y = 1^{2x}$ не з'яўляецца паказальнай, так як $a = 1$.

3. Функцыя $y = (-5)^x$ не з'яўляецца паказальнай, так як $a = -5, a < 0$

Заданне 2

Нарастальная або спадальная функцыя:

1) $y = 4^x$;

2) $y = 3,4^x$;

3) $y = \left(\frac{3}{4}\right)^x$?

Заданне 3

Пабудуйце схематычна графікі функцый:

$$y = 4^x \text{ і } y = \left(\frac{1}{4}\right)^x.$$

Заданне 4

Параўнайце лікі:

1) $1,7^0$ і 1 ;

2) $5,3^{1,7}$ і $5,3^{1,8}$;

3) $\left(\frac{1}{8}\right)^{\sqrt{3}}$ і $\left(\frac{1}{8}\right)^{1,7}$.

Заданне 5

Знайдзіце абсяг функцыі $y = 2^{\sqrt{16-x^2}}$

і вылічыце $f(5)$.

Заданне 6

Знайдзіце вобласць значэнняў функцыі:

1) $y = 2^x$;

Для выканання заданняў 2 -5
неабходна ведаць асноўныя ўласці-
васці паказальнай функцыі..

Узор :

Параўнаць лікі.

1). $4,5^{3,1} > 4,5^{2,8}$, так як функцыя
 $y = 4,5^x$ -нарастальная (значэнне
асновы $a = 4,5$ і $4,5 > 1$),

і $3,1 > 2,9$.

2). $0,5 < 0,5$, так как функцыя
 $y = 0,5$ - спадальная, значэнне
асновы $a = 0,5$ і

$0 < 0,5 < 1$, і $3 > 2$.

Адказ на заданне №5 :

$D(f) = [-4;4]$, $f(5)$ не вызначына.

Для выканання задання 6
неабходна ведаць асноўныя

$$2) y = 4^{|x|}.$$

Заданне 7

Знайдзіце найбольшае і найменшае значэнні функцый:

$$1) y = 6 \cdot 3^{\sin x};$$

$$2) y = 0,5^{\sin^2 x} \cdot 0,5^{\cos^2 x}.$$

Самакантроль па ВЭ – 1:

Правер сябе, рашыўшы наступныя заданні.

1. Знайдзіце абсяг функцыі:

$$а) y = a^{\sqrt{x}};$$

ўласцівасці функцыі, азначэнне модуля ліку.

Адказ на заданне №6 :

$$1). (0; +\infty);$$

$$2). [1; +\infty).$$

Для выканання задання 7

неабходна ведаць асноўныя ўласцівасці паказальнай функцыі, трыганаметрычнай функцыі, асноўную трыганаметрычную формулу, тэарэму аб дзеяннях над ступенямі.

Адказ на заданне №7:

1). 2 – найменшае значэнне;

18 – найбольшае значэнне.

2). 0,5 - найменшае і найбольшае значэнні.

Вярніцеся да вучэбных мэтаў ВЭ – 1, праверце сябе наколькі вы дасягнулі гэтых мэтаў, атрымаўшы новыя веды і ўменні ў гэтым вучэбным элеменце.

Адказы (самакантроль па ВЭ - 1):

1.

$$а). [0; +\infty)$$

$$б). (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$$

б) $y = a^{\frac{2}{x-2}}$;

в) $y = a^{\sin x}$.

2. Параўнайце з адзінкай: 2^{-5} ; $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$; $(\sqrt{2}-1)^4$;

$\left(\frac{\pi-1}{2}\right)^2$.

3. Дадзена функцыя $y = 8^x$ і значэнні зменнай x роўныя: 2; -6; $\frac{1}{8}$; 0,04.

Выберыце тыя значэнні зменнай, пры якіх няроўнасць $8^x < 1$ будзе правільнай.

4. Запішыце лікі па нарастанню: $3^{\sqrt{2}}$; $3^{\frac{7}{\sqrt{4}}}$; $3^{\sqrt{5}}$; $3^{\frac{3}{\sqrt{3}}}$.

5. Параўнайце значэнні выказаў:

а) $2^{\frac{-1}{4}}$ і $2^{\frac{-1}{2}}$; б) $\left(\frac{5}{7}\right)^{0,3}$ і $\left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{2}{3}}$.

6. Пабудуйце схематычна графікі функцый:

а) $y = 3^x - 2$; е) $y = -0,1^{-2x} + 1$;

б) $y = 2^{x+1}$; ж) $y = 2 - 3^x$;

в) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{3-x}$; з) $y = |2^x|$;

г) $y = 2^{x-3} + 1$; і) $y = 5^{-|x|}$.

д) $y = -3^x$;

в). R

3. -6.

<p>У гэтым вучэбным элеменце вы засвоілі і замацавалі паняцце паказальнай функцыі і яе асноўныя ўласцівасці, навучыліся знаходзіць абсяг і вобласць значэнняў паказальнай функцыі, прамежкі нарастання або спадання, будаваць графікі паказальнай функцыі.</p>	
--	--

ВЭ-2. Рашэнне паказальных ураўненняў

Вучэбны матэрыял	Кіраванне навучаннем
<p>Пасля вывучэння дадзенага вучэбнага элемента вы павінны</p> <p>ведаць: вобласць значэнняў і абсяг паказальнай функцыі;</p> <p>умець: рашаць паказальныя ўраўненні.</p> <p>Пытанні для вывучэння ВЭ -2:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. уласцівасці паказальнай функцыі; 2. асноўныя віды паказальных ураўненняў і спосабы іх рашэння. <p>Парадак вывучэння пытанняў</p> <p>Вывучыце, што такое вобласць значэнняў і абсяг паказальнай функцыі; асноўныя віды паказальных ураўненняў; навучыцеся рашаць паказальныя ўраўненні наступных выглядаў:</p> <ol style="list-style-type: none"> а) $a^{f(x)} = a^{\varphi(x)}$ б) $A_0 a^{mx+k_0} + A_1 a^{mx+k_1} + \dots + A_n a^{mx+k_n} = b$ в) $Aa^{2x} + Ba^x + C = 0$, дзе А, В, С – лікі прычым $A \neq 0$, $a > 0$, $a \neq 1$. г) $Aa^{2x} + Ba^x b^x + Cb^{2x} = 0$, дзе А, В, С – лікі прычым $A \neq 0$, $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$. 	<p>Вярніцеся да ВЭ -1. Успомніце ўвесь матэрыял гэтага элемента.</p> <p>Толькі пасля дасканалага вывучэння матэрыялу дадзенага вучэбнага элемента пераходзьце да практычнай часткі.</p>

2. Пазнаёмцеся з выкладаннем дадзеных
пытанняў з дапамогай наступных падручнікаў:

Шнэперман Л.Б. Алгебра, 11 клас. Мн., 2008
асноўная літаратура

Мамантава Г.Г. Матэматыка. Падрыхтоўка д
цэнтралізаванага тэсціра-вання. Мн., 2005—
дадатковая літаратура.

3. Выканайце наступныя вучэбныя задан-
ні:

Заданне 1.

Рашыце ураўненне:

1. $5^x = 125$;

2. $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 8$;

3. $\left(\frac{1}{2}\right)^x = -2$;

4. $3^{x^2-x} = 1$;

5. $(5^{x^2+x-2})^{3-x} = 1$.

Заданне 2.

Рашыце ураўненне:

1. $3^{x+1} + 3^x = 108$;

2. $2^x - 2^{x-2} = 12$;

3. $2 \cdot 2^{x+1} + 3^{x+3} = 33$;

4. $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 17$.

Заданне 3.

Дадатковы матэрыял

Прывядзём прыклады рашэння
паказальных ураўненняў:

Прыклад 1.

Рашыце ўраўненне $2^{x^2-5x+6} = 1$.

Рашэнне. Дадзенае ўраўненне
раўназначна ўраўненню $2^{x^2-5x+6} = 2^0$,

тады

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = 3. \end{cases}$$

Адказ: 2; 3.

Прыклад 2.

Рашыце ўраўненне

$$5^{2x+1} - 3 \cdot 5^{2x-1} = 550.$$

Рашэнне. Вынясем за дужкі з левай
часткі ўраўнення выраз 5^{2x-1} .

$$\text{Атрымаем } 5^{2x-1}(5^2 - 3) = 550;$$

$$5^{2x-1} \cdot 22 = 550;$$

$$5^{2x-1} = 5^2; \text{ Адсюль}$$

$$2x - 1 = 2; x = \frac{3}{2}.$$

Рашыце ураўненне:

1. $2^{2x} + 2^x - 2 = 0$;

2. $9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$;

3. $13^{2x+1} - 13^x = 12$;

4. $3^{-2x+1} + 5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 2$.

Заданне 4.

Рашыце ураўненне:

$$2^{2x+2} - 2^x \cdot 3^x - 2 \cdot 3^{2x+2} = 0.$$

$$\text{Адказ: } \frac{3}{2}.$$

Прыклад 3.

Рашыце ўраўненне

$$4 \cdot 2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 1 = 0.$$

Рашэнне. Няхай $2^x = t, t > 0$. тады

зыходнае ўраўненне мае выгляд

$$4 \cdot t^2 + 3 \cdot t - 1 = 0.$$

$$D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) = 25 > 0,$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 - \sqrt{25}}{2 \cdot 4} = -1,$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 + \sqrt{25}}{2 \cdot 4} = \frac{1}{4}.$$

$$\begin{cases} 2^x = -1, \\ 2^x = \frac{1}{4}. \end{cases} \Rightarrow x = -2.$$

Адказ: -2.

Прыклад 4.

Рашыце ўраўненне

$$2^{2x+1} - 5 \cdot 6^x + 3^{2x+1} = 0.$$

Рашэнне. Пераўтворым левую

частку

$$\text{ўраўнення } 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x \cdot 3^x + 3 \cdot 3^{2x} = 0.$$

Раздзелім левую і правую частку

ўраўнення на 3^{2x} :

$$2 \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 5 \left(\frac{2}{3}\right)^x + 3 = 0.$$

Няхай $\left(\frac{2}{3}\right)^x = t, t > 0$. Тады апошняе

ўраўненне мае выгляд $2t^2 - 5t + 3 = 0$.

Корні гэтага ўраўнення: $t_1 = 1; t_2 = \frac{3}{2}$.

Значыць, зыходнае ўраўненне раўназначна

$$\text{сукупнасці: } \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x = 1, \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = 1. \end{cases}$$

Адказ: 0; 1.

Заданне 5.

Рашыце ураўненне:

$$3^{x-1} + 2^{x+1} = 25.$$

Прыклад 5.

Рашыце ўраўненне

$$3^{x-1} + 5^{x-1} = 34.$$

Рашэнне. Заўважым, што

$$3^2 + 5^2 = 34.$$

Пагэтану зыходнае ўраўненне мае рашэнне

$x = 3$. Дакажам, што другіх рашэннеў няма.

Сапраўды, кожная з функцый $y = 3^{x-1}$ і

$y = 5^{x-1}$ як паказальная функцыя з асновай, большай за 1, з'яўляецца нарастальнай, таму іх сума таксама нарастальная функцыя.

Значыць, пры $x < 3$ левая частка ўраўнення меншая 34, а пры $x > 3$ — большая 34.

Адказ: $x = 3$.

Адказы

(самакантроль па ВЭ-2):

Самакантроль па ВЭ -2

Рашыце ўраўненне:

1. а) $\left(\frac{1}{8}\right)^{0,65q-1} = 1$; б) $7^{5x-4} \cdot 3^{4-5x} = 1$;

2. а) $3^{x+3} + 3^x = 7^{x+1} + 5 \cdot 7^x$;

б) $2^{x^2-1} - 3^{x^2} = 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2}$;

3. а) $5^{2y} - 6 \cdot 5^y + 5 = 0$; б) $8 \cdot 4^t - 6 \cdot 2^t + 1 = 0$;

4. $5^y + 12^y = 13^y$;

5. $3^{\cos 2x} \cdot (4 \cdot 3^{\sin^2 x} - 9) = 1$.

У гэтым вучэбным элеменце вы навучыліся рашаць паказальныя ўраўненні. У наступным вучэбным элеменце вы наву-чыцеся рашаць паказальныя няроўнасці.

1.а) $x = 2$; б) $x = 8$;

2. а) $x=1$; б) $x = \pm\sqrt{3}$;

3. а) $x=0$; б) $t_1 = -1, t_2 = -2$.

4. $x = 2$;

5. $x = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot n, n \in Z$

Вярніцеся да вучэбных мэтаў ВЭ – 2, праверце сябе наколькі вы дасягнулі гэтых мэтаў, атрымаўшы новыя веды і ўменні з гэтага ВЭ.

ВЭ -3. Рашэнне паказальных няроўнасцей

Вучэбны матэрыял	Кіраванне навучаннем
<p>Пасля вывучэння дадзенага вучэбнага элемента вы павінны</p> <p>ведаць: як выкарыстоўваюцца ўласцівасці манатоннасці паказальнай функцыі пры рашэнні паказальных няроўнасцей;</p> <p>умець:</p> <p>рашаць паказальныя няроўнасці.</p> <p>Пытанні для вывучэння ВЭ -3:</p>	<p>Вярніцеся да ВЭ -1. Успомніце ўвесь матэрыял гэтага элемента.</p>

1. уласці вясці паказальнай функцыі;

2. асноўныя віды паказальных няроўнасцей і спосабы іх рашэння.

Парадак вывучэння пытанняў

Вывучыце, што такое вобласць значэнняў і абсяг паказальнай функцыі; асноўныя віды паказальных няроўнасцей; навучыцеся рашаць паказальныя няроўнасці наступных выглядаў:

а) $0,3^{f(x)} < 0,3^{g(x)}$; $3^{f(x)} < 3^{g(x)}$;

б) $5 \cdot 49^{f(x)} - 34 \cdot 7^{f(x)} - 7 \geq 0$;

в) $13 \cdot 6^{f(x)} + 7 \cdot 6^{f(x)+1} < 6^{f(x)+2} + 114$;

г) $343 \cdot 7^{g(x)} > (\sqrt[4]{7})^{8f(x)}$.

2. Пазнаёмцеся з выкладаннем дадзеных пытанняў з дапамогай наступных падручнікаў:

Шнэперман Л.Б. Алгебра, 11 клас.

Мн., 2008 – асноўная літаратура

Мамантава Г.Г. Матэматыка.

Падрыхтоўка да цэнтралізаванага тэсціравання. Мн., 2005 – дадатковая літаратура.

3. Выканайце наступныя вучэбныя заданні :

Заданне 1.

Рашыце няроўнасці:

1. $3^x > 9$;

2. $0,7^{x^2-27} < 0,7^9$;

3. $\left(\frac{7}{9}\right)^{2x^2-3x} \geq \frac{9}{7}$;

Толькі пасля дасканалага вывучэння матэрыялу дадзенага вучэбнага элемента пераходзьце да практычнай часткі.

Дадатковы матэрыял

Прывядзём прыклады рашэння па - паказальных няроўнасцей:

Прыклад 1.

Рашыце няроўнасць: $25^x > 125^{3x-2}$

Рашэнне.

Так як

$$25^x = (5^2)^x = 5^{2x}; 125^{3x-2} = (5^3)^{3x-2} = 5^{9x-6},$$

то дадзеная няроўнасць раўназначна

Заданне 2.

Рашыце няроўнасці:

- $3^{x+2} + 3^{x-1} < 28;$
- $2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} \geq 448.$

Заданне 3.

Рашыце няроўнасці:

- $2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 \leq 0;$
- $9^x - 3^x - 6 > 0.$

няроўнасці

$$5^{2x} > 5^{9x-6} \Leftrightarrow 2x > 9x - 6 \Leftrightarrow x < \frac{6}{7}.$$

$$\text{Адказ: } \left(-\infty; \frac{6}{7}\right).$$

Прыклад 2

Рашыце няроўнасць:

$$0,1^{4x^2-2x-2} \leq (0,1)^{2x-3}$$

Рашэнне.

Дадзеная няроўнасць раўназначна няроўнасці $4x^2 - 2x - 2 \geq 2x - 3;$

$$4x^2 - 4x + 1 \geq 0, \text{ адсюль } (2x - 1)^2 \geq 0.$$

Такім чынам, дадзенай няроўнасці задавальняюць усе рэчаісныя лікі.

Адказ: R .

Прыклад 3.

Рашыце няроўнасць:

$$4^{-x+\frac{1}{2}} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 4^{-x+\frac{1}{2}} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0.$$

Рашэнне. Пераўтварыўшы зыходную няроўнасць, атрымаем

$$2 \cdot 4^{-x} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0.$$

Няхай $2^{-x} = t, t > 0$. Тады няроўнасць

прыме выгляд

$$\begin{cases} 2t^2 - 7t - 4 < 0 \\ t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(t + \frac{1}{2}\right)(t - 4) < 0 \\ t > 0 \end{cases}$$

Рашэннем дадзенай сістэмы з'яўляецца прамежак $(0;4)$. З улікам таго, што $t = 2^{-x}$, маем $0 < 2^{-x} < 2^2$,

Заданне 4.

Рашыце няроўнасць:

$$3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x - 5 \cdot 6^x < 0$$

Заданне 5.

Рашыце няроўнасць:

$$2^{\sqrt{24-5x}} \geq 2^x$$

Самакантроль па ВЭ -2

Рашыце няроўнасці:

1. $2^{3y} \leq \frac{1}{8}$;

2. $0,25^{-x^2+3x} < 256$;

3. $0,4^{\frac{3x-1}{x+1}} \leq 2,5^{x+1}$;

4. $5^{|x+2|} > 625$;

5. $10^{|2x+5|} \leq 10^{|7-x|}$;

6. $5^{2x+1} + 4 \cdot 5^x - 1 \leq 0$;

7. $3^{2x+2} - 3^{x+4} > 3^x - 9$;

8. $4^x - 2^{2x-2} + 8^{\frac{2(x-2)}{3}} > 52$;

9. $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{x^2+x-12}} \geq 5^x$.

У гэтым вучэбным элеменце вы навучыліся рашаць паказальныя няроўнасці. У наступным вучэбным элеменце вы навучыцеся рашаць

адкуль $-x < 2$ або $x > -2$

Адказ: $(-2; +\infty)$.

Прыклад 4.

Рашыце няроўнасць:

$$4^x - 2 \cdot 5^{2x} + 10^x > 0$$

Рашэнне. Прывядзем зыходную няроўнасць да выгляду $2^{2x} - 2 \cdot 5^{2x} + 2^x \cdot 5^x > 0$. Раздзелім левую і правую часткі няроўнасці на 5^{2x} ,

атрымаем $\left(\frac{2}{5}\right)^{2x} + \left(\frac{2}{5}\right)^x - 2 > 0$. Няхай

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = t, \quad t > 0. \quad \text{Тады} \quad \begin{cases} t^2 + t - 2 > 0, \\ t > 0. \end{cases}$$

Рашаючы сістэму, знаходзім, што $t > 1$. А значыць

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x > 1, \quad \left(\frac{2}{5}\right)^x > \left(\frac{2}{5}\right)^0, \quad x < 0.$$

Адказ: $(-\infty; 0)$.

<p>сістэмы паказальных ураўненняў і няроўнасцей.</p>	<p>Вярніцеся да вучэбных мэтаў ВЭ – 3, праверце сябе наколькі вы дасягнулі гэтых мэтаў, атрымаўшы новыя веды і ўменні з гэтага ВЭ.</p>
--	--

ВЭ -4. Рашэнне сістэм паказальных ураўненняў і няроўнасцей

Вучэбны матэрыял	Кіраванне навучаннем
<p>Пасля вывучэння дадзенага вучэбнага элемента вы павінны</p> <p>ведаць:</p> <p>азначэнне сістэмы ўраўненняў (няроўнасцей) з адной зменнай; што значыць рашыць сістэму ўраўненняў (няроўнасцей); спосабы рашэння сістэм ураўненняў і няроўнасцей.</p> <p>умець:</p> <p>рашаць сістэмы паказальных ураўненняў і няроўнасцей.</p> <p>Пытанні для вывучэння ВЭ-4:</p> <p>1.Рашэнне сістэм паказальных ураўненняў;</p> <p>2. .Рашэнне сістэм паказальных няроўнасцей .</p> <p>Парадак вывучэння пытанняў</p> <p>1.Азнаёмцеся з рашэннем сістэм паказальных ураўненняў на</p>	<p>Вярніцеся да ВЭ -1. Успомніце ўвесь маматэрыял гэтага элемента.</p> <p>Толькі пасля дасканалага вывучэння матэрыялу дадзенага вучэбнага элемента пераходзьце да практычнай часткі.</p>

прыкладах;

2. Азнаёмцеся з рашэннем сістэм паказальных няроўнасцей на прыкладах;

3. Пазнаёмцеся з выкладаннем дадзеных пытанняў з дапамогай наступных падручнікаў:

Шнэперман Л.Б.

Алгебра, 11 клас. Мн., 2008 – асноўная літаратура

Мамантава Г.Г. Матэматыка.

Падрыхтоўка да цэнтралізаванага тэсціравання. Мн., 2005– дадатковая літаратура.

4. Выканайце наступныя вучэбныя заданні :

Заданне 1.

Рашыце сістэму ўраўненняў.

$$\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 648, \\ 3^x \cdot 2^y = 432. \end{cases}$$

Заданне 2.

Рашыце сістэму ўраўненняў.

$$\begin{cases} 3^{2x} + 4^{2y} = 28, \\ 3^x - 4^y = 8. \end{cases}$$

Заданне 3.

Рашыце сістэму ўраўненняў.

$$\begin{cases} 9 \cdot 3^x \cdot 2^y = 1, \\ 3^y = 9 \cdot 3^x. \end{cases}$$

Заданне 4.

Рашыце сістэму ўраўненняў.

Дадатковы матэрыял

Прывядзём прыклады рашэння сістэм паказальных ураўненняў і няроўнасцей:

Прыклад 1.

$$\begin{cases} 3^{2x} - 2^y = 725, \\ 3^x - 2^{\frac{y}{2}} = 25. \end{cases}$$

Рашэнне. Уводзім новыя зменныя

$$t \text{ і } z: 3^x = t, t > 0, 2^{\frac{y}{2}} = z, z > 0.$$

Атрымліваем

$$\begin{cases} t^2 - z^2 = 725, \\ t - z = 25. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (t - z)(t + z) = 725, \\ t - z = 25. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2^x + 2 \cdot 3^{x+y} = 56, \\ 3 \cdot 2^x + 3^{x+y+1} = 87. \end{cases}$$

Заданне 5.

Рашыце сістэму няроўнасцей:

$$\text{а) } \begin{cases} 6^{2x} \leq \frac{1}{36}, \\ x^2 + x - 2 > 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5^{2-3x} - 1 > 0, \\ x^2 - x - 6 < 0. \end{cases}$$

Самакантроль па ВЭ -2

Рашыце сістэму няроўнасцей

$$1. \text{ а) } \begin{cases} 3^{3-x} \geq 9, \\ x^2 - 2x - 3 > 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \left(\frac{1}{4}\right)^{x+3} - 2 > 0, \\ x^2 - x - 20 < 0. \end{cases}$$

Рашыце сістэму ўраўненняў

$$2. \begin{cases} 8^x = 10y, \\ 2^x = 5y. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3^{2x} - 2^y = 725, \\ 3^x - 2^{\frac{y}{2}} = 25. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + y = 6, \\ y^{x^2-7x+12} = 1. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3^x - 7 > 0, \\ x + 8 < 3 \text{ або } 2x + 4 \geq 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} t - z = 25, \\ t + z = 29. \end{cases} \text{Склаўшы пачленна,}$$

атрымаем $2t = 54, t = 27$. Значыць, $z = 2$.

Вяртаемся да зменных x і y :

$$3^x = 27 \Rightarrow x = 3;$$

$$2^{\frac{y}{2}} = 2 \Rightarrow y = 2.$$

Адказ: (3;2).

Прыклад 2

$$\begin{cases} 8^{2x+1} = 32 \cdot 2^{4y-1}, \\ 5 \cdot 5^{x-y} = 5^{2y+1}. \end{cases}$$

Рашэнне. Запішым ураўненні з

$$\text{аднолькавымі асновамі: } \begin{cases} 2^{6x+3} = 2^{5+4y-1}, \\ 5^{1+x-y} = 5^{2y+1}. \end{cases}$$

Адсюль вынікае, што

$$\begin{cases} 6x + 3 = 4y + 4, \\ 1 + x - y = 2y + 1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 4y = 1, \\ x - 3y = 0; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 3y, \\ 6 \cdot 3y - 4y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{14}, \\ y = \frac{1}{14}. \end{cases}$$

Адказ: $\left(\frac{3}{14}; \frac{1}{14}\right)$.

Прыклад 3.

$$\begin{cases} 3^{3-x} \geq 9, \\ x^2 - x - 20 > 0; \end{cases}$$

Рашэнне.

Дадзеная сістэма няроўнасцей раўназначна сістэме:

$$\begin{cases} 3 - x \geq 2, \\ (x+1)(x-3) > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 1, \\ x < -1 \cup x > 3; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (-\infty; -1)$$

У гэтым вучэбным элеменце вы навучыліся рашаць сістэмы паказальных ўраўненняў і няроўнасцей. У наступным вучэбным элеменце вы павінны будзеце абагуліць і сістэматызаваць веды па ўсяму матэрыялу вывучанай тэмы.

Адказ: $(-\infty; -1)$

Прыклад 4.

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{4}\right)^{x+3} - 2 > 0, \\ x^2 - x - 20 < 0; \end{cases}$$

Рашэнне.

Дадзеная сістэма няроўнасцей раўназначна сістэме:

$$\begin{cases} 2^{-2(x+3)} > 2, \\ (x+4)(x-5) < 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 6 > 1, \\ -4 < x < 5; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x < -\frac{7}{2}, \\ -4 < x < 5; \end{cases} \Rightarrow \left(-4; -\frac{7}{2}\right)$$

Адказ: $\left(-4; -\frac{7}{2}\right)$.

Вярніцеся да вучэбных мэтаў ВЭ –4, праверце сябе наколькі вы дасягнулі гэтых мэтаў, атрымаўшы новыя веды і ўменні з гэтага ВЭ.

ВЭ-Р . Абагульненне тэмы

Вучэбны матэрыял	Кіраванне навучаннем
<p>З дапамогай дадзенага вучэбнага элемента вы павінны :</p> <ul style="list-style-type: none"> • абагуліць і сістэматызаваць веды па пройдзенай тэме; • адпрацаваць навыкі рашэння паказальных ураўненняў і няроўнасцей. <p>Пытанні да ВЭ –R :</p> <p>1). Паўтарыце ўласцівасці паказальнай функцыі і яе графік.</p>	

2). Паўтарыце асноўныя віды паказальных ураўненняў і спосабы іх рашэння.

3). Паўтарыце асноўныя віды паказальных няроўнасцей і спосабы іх рашэння.

4). Выканайце наступныя вучэбныя заданні :

Заданне 1.

Графік якой паказальнай функцыі паказаны на малюнку:

а) $y = a^x - 2, 0 < a < 1$;

б) $y = a^x + 1, a > 1$;

в) $y = a^x + 1, 0 < a < 1$;

г) $y = a^x - 2, a > 1$?

Заданне 2.

Укажыце ўраўненні і няроўнасці, якія не маюць рашэнняў:

а) $2^x = -3$;

б) $7^x = 3$;

в) $4^x > 4$;

г) $5^x < 0$.

Заданне 3.

Знайдзіце вобласць значэнняў і абсяг функцыі $y = 5^x$. Пабудуйце графік функцыі і сярод значэнняў x , роўных $-3; 4; -0,08; 6; \frac{1}{5}; -\frac{1}{3}$, выберыце тыя, для якіх $5^x < 1$.

Адказы:

Заданне 1 – в)

Заданне 2 – а) і г)

Заданне 3 - $D(y) = (-\infty; +\infty)$,

$E(y) = (0; +\infty)$;

Заданне 4 – в)

Заданне 5 – г)

Заданне 6 – напрыклад, $(-\infty; 3]$.

Заданне 7 $D(y) = [-1; +\infty)$, $E(y) = [0; \sqrt{3})$;

Заданне 9 – спадае ад 5 да 2 пры -

$3 \leq x \leq -1$

і нарастае ад 2 да 9 пры $-3 < x < -1$

Заданне 4.

Сярод няроўнасцей знайдзіце тую, мноству рашэнняў якой належыць

корань ураўнення $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25$:

а) $3^x < \frac{1}{27}$;

б) $13^x > \sqrt{13}$;

в) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x \cdot x} > 4$;

г) іншы адказ.

Заданне 5.

Знайдзіце лік, 40% якога роўна значэнню выразу $6^{(\sqrt{3}-1)^2}$:

$$\left(\frac{1}{36}\right)^{\sqrt{3}} - \left(\left(\sqrt{10}\right)^{\sqrt{6}}\right)^{\sqrt{6}} :$$

а) 360;

б) 500;

в) 20;

г) 740;

д) іншы адказ.

Заданне 6.

Назавіце які-небудзь прамень каардынатнай прамой, якому належаць рашэнні няроўнасці $0,5^{2x+7} \geq 0,25$ і абсцыса пункта

$A(x; \sin 30^\circ)$, калі праз пункт A праходзіць графік функцыі $y = 8^{5-2x}$.

Заданне 7.

Для функцыі $y = \sqrt{3 - \left(\frac{1}{3}\right)^x}$ укажыце :

Заданне 10 - $\frac{1}{35}$.

а) абсяг функцыі;

б) вобласць значэнняў.

Заданне 8.

Дакажыце, што корань ураўнення

$$4 \cdot 3^{x-1} + 3^{x+1} = 117$$

з'яўляецца найбольшым цэлым

рашэннем няроўнасці $0,36^{0,5x^2-3} \geq \left(\frac{5}{3}\right)^{-3}$

або

выявіце, ці належаць абсягу функцыі

$$y = \sqrt{32 \cdot 2^{4x^2} - 8^{3x}}$$
 карані ўраўнення

$$9 \cdot 4^{2x-1} - 0,5 \cdot 4^{4x} = 1.$$

Заданне 9.

Пабудуйце графік функцыі

$$y = 2^{|x+1|} + 1.$$

Як зменіцца y , калі x павялічваецца

ад -3 да 2 ?

Заданне 10.

Знайдзіце лік, які з'яўляецца

адваротным суме кубаў каранёў

ураўнення

$$x \cdot 3^{x-1} + 3 \cdot 3^{\sqrt{3-x}} = 3^x + x \cdot 3^{\sqrt{3-x}}$$