

Квадратичная функция

И. Н. Гончаренко,

учитель гимназии № 71 г. Гомеля

Тип урока: урок изучения и первичного закрепления нового материала.

Цель урока: предполагается, что к концу урока учащиеся расширят знания о следующих понятиях: квадратичная функция; парабола; вершина параболы и смогут:

- ✓ схематично изображать параболу;
- ✓ определять координаты вершины параболы;
- ✓ определять аналитический способ задания функции.

Задачи:

Обучающие:

- 1) организовать деятельность учащихся по систематизации изученного материала;
- 2) организовать деятельность учащихся по установлению формул, задающих координаты вершины параболы ;
- 3) обеспечить применение полученных знаний при решении задач;
- 4) дать возможность учащимся соотнести свои цели изучения темы с полученным результатом.

Воспитательные:

- 1) создать условия для коллективно-творческого труда на уроке, для воспитания чувства ответственности, собранности, для осознания ценности совместной деятельности.

Развивающие:

- 1) содействовать развитию у учащихся умений использовать научные методы познания (наблюдение, гипотеза, обобщение);
- 2) создать условия для развития у учащихся умений формулировать проблемы, предлагать пути их решения.

Формы организации: коллективная, групповая, индивидуальная.

Условия формирования и развития исследовательских способностей:

- принцип проблематизации;
- опора на интеллектуальную инициативу;
- использование личного опыта учащихся.

Оборудование: мультимедийный проектор, раздаточный материал, эсо «Универсальный учебный графопостроитель»

I. Актуализация знаний и субъектного опыта учащихся.

На предыдущих уроках были рассмотрены частные случаи квадратичной функции. Перечислите их.

➤ $y=x^2$; $y=ax^2$; $y=ax^2 + c$; $y=a(x - s)^2$; $y=a(x - s)^2 + t$

Какая функция называется квадратичной?

- *Квадратичной функцией называется функция вида $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c - некоторые числа, $a \neq 0$) с областью определения – множеством R всех действительных чисел.*

Маршрутный лист (Приложение)

Проверка на ЭСО «Универсальный учебный графопостроитель»

Какими преобразованиями из параболы $y = \frac{1}{2}(x + 6)^2$ можно получить параболу $y = -\frac{1}{2}(x + 6)^2 - 12$?

- *Симметрия относительно оси OX и сдвиг на 12 единиц вниз.*

Проверка на ЭСО «Универсальный учебный графопостроитель»

Рефлексия этапа. (Оценили себя).

ПОНИМАЮ

II. Введение в тему. Целеполагание.

Будут ли преобразования графика, рассмотренные выше, действительны для функций, заданных в общем виде?

ЭСО «Универсальный учебный графопостроитель»:

- ✓ $f(x) = kf(x)$;
- ✓ $f(x) = f(x + a)$;
- ✓ $f(x) = f(x) + a$

Если логически развивать эту мысль, то квадратичная функция имеет общий вид, а следовательно, зная координаты вершины параболы, уравнение оси симметрии, точки пересечения с осями координат, можно получить схематичное изображение графика функции вида $y = ax^2 + bx + c$.

Таким образом, **тема урока ...** «Квадратичная функция» и к концу урока мы **научимся ...** находить координаты вершины для параболы вида $y = ax^2 + bx + c$; координаты точек пересечения с осями координат и, как результат, схематично изображать график данной функции.

III. Ознакомление с новым материалом. Первичное закрепление

Рассмотрим функцию $y = x^2 - 2x - 8$

1. Преобразуем формулу к виду $y = a(x - s)^2 + t$. Для этого в правой части квадратного трёхчлена выделим полный квадрат:

$$x^2 - 2x - 8 = (x^2 - 2x + 1) - 1 - 8 = (x - 1)^2 - 9$$

2. Графиком квадратичной функции $y = x^2 - 2x - 8$ является парабола с **вершиной** в точке (1;-9); её **ось симметрии** $x = 1$ - проходит через эту точку параллельно оси OY , а ветви направлены **вверх**.
3. Так как вершина параболы лежит ниже оси OX , а ветви направлены **вверх**, то парабола пересекает **ось OX** в двух точках: $x^2 - 2x - 8 = 0$

$(-2;0)$ и $(4;0)$; ось OY в точке $(0;-8)$.

Построили параболу в тетради.

Проверка на ЭСО «Универсальный учебный графопостроитель»

Ф/МИНУТКА

❖ На спинках стульев прикреплены уравнения параболы. Учащиеся снимают, подходят к присутствующим. Дают характеристику:

- 1) направления сдвига;
- 2) уравнение оси симметрии;
- 3) направление ветвей параболы.

Затем идут в указанном направлении (совпадающим с направлением сдвига параболы) и выстраивают схему алгоритма схематичного изображения параболы.

Маршрутный лист (Приложение)

➤ Изобразить график функции $y = -2x^2 + x + 6$;

$$y = -2\left(x^2 - \frac{1}{2}x - 3\right);$$

$$x^2 - \frac{1}{2}x - 3 = \left(x^2 - 2x \times \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2\right) - \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 3 = \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)^2 - 3\frac{1}{16}$$

Итак, получаем: $y = -2\left(x^2 - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{49}{8}$

- 1) **Вершина** параболы $\left(\frac{1}{4}; \frac{49}{8}\right)$;
- 2) **Ось симметрии** параболы – прямая $x = \frac{1}{4}$;
- 3) Точка пересечения с **осью OX**: $-2x^2 + x + 6 = 0$;
 $\left(-\frac{3}{2}; 0\right); (2; 0)$.
- 4) Точка пересечения с **осью OY**: $(0;6)$.
- 5) Точка, симметричная оси симметрии имеет ординату 6, т.е.
 $-2x^2 + x + 6 = 6$;
 $x = 0$ или $x = \frac{1}{2}$.

Значит, на параболе лежит точка $\left(\frac{1}{2}; 6\right)$.

Проверка на ЭСО «Универсальный учебный графопостроитель»

Рефлексия этапа.

ЗНАЮ

Исследование решения и результатов.

Модель организации беседы в процессе обобщения задачи	
I.Обобщите условие	1. Какие взаимосвязи между объектами можно установить? 2. Укажите параметры, позволяющие варьировать условием задачи.
II.Обобщите решение	3. Рассмотрите и предложите способы нахождения введённых параметров. 4. На чём строятся ваши убеждения о рациональности предложенных способов? 5. Какие дополнительные знания необходимы для решения?

	6. Как изменить способы и методы, чтобы исключить «правдоподобные» результаты? 7. На чём строятся ваши убеждения, что именно данный метод наилучшим образом подходит для проверки гипотезы?
III. Рассмотрите частные и особые случаи	8. Приведите способ подтверждения каждого умозаключения. 9. Правдоподобен результат? Почему? 10. Предложите способы проверки полученных результатов. 11. Предложите пути исследования других направлений. 12. Какие ещё результаты можно получить на том же этапе исследования?

Имеем $y = ax^2 + bx + c$; $y = a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a})$.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = (x^2 + 2x\frac{b}{2a} + (\frac{b}{2a})^2) - (\frac{b}{2a})^2 + \frac{c}{a} = (x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} =$$

$$= (x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{D}{4a^2}, \text{ m.e.}$$

$$(x - s)^2 + t.$$

$$(s; t) \Rightarrow \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a}\right) \Rightarrow$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a}; y_0 = -\frac{D}{4a}$$

Зная x_0, y_0 можно найти, подставив в уравнение параболы x_0 ,

$$\text{т. е. } ax_0^2 + bx_0 + c = y_0$$

Рефлексия этапа.

УМЕЮ

IV. Контрольно – коррекционный этап

Выполнение теста. **Маршрутный лист (Приложение)**

Проверка на ЭСО «Универсальный учебный графопостроитель»

- Домашнее задание дифференцированное

V. Подведение итогов. Рефлексия

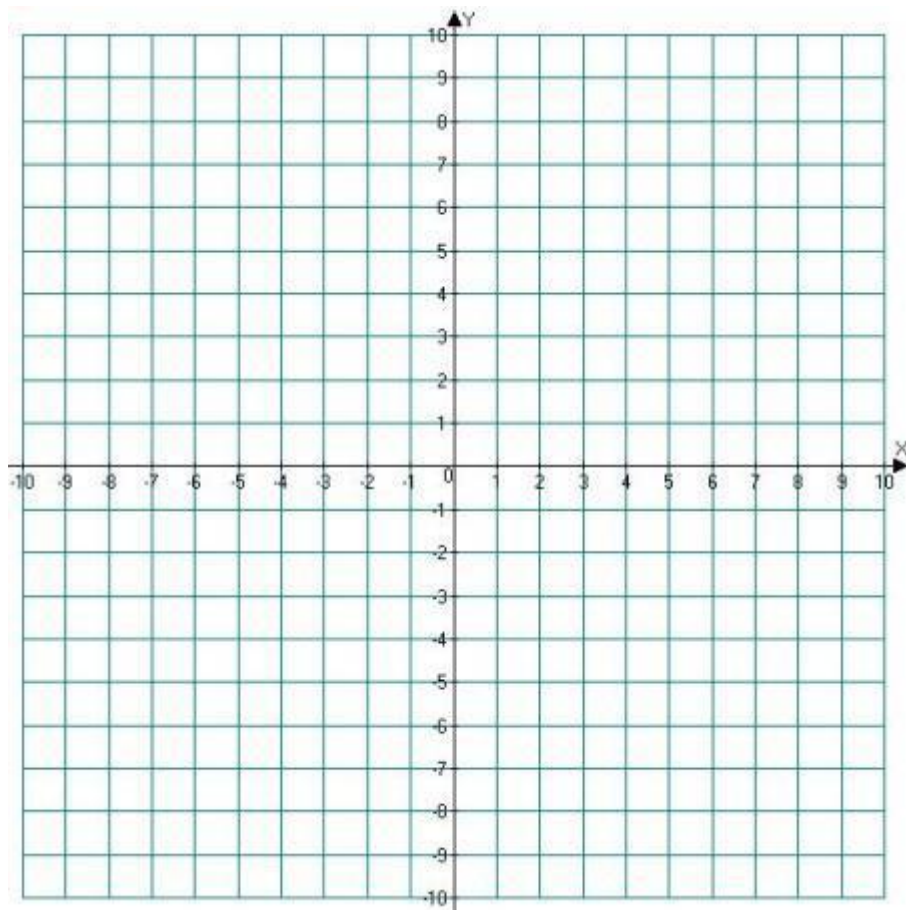
ПОНИМАЮ									
П. 6.6 №6.71(н), №6.73(н)	П. 6.6 №6.71(н), №6.73(н)	П. 6.6 №6.71(н), №6.73(н)	П. 6.6 №6.71(н), №6.73(н)	П. 6.6 №6.71(н), №6.73(н)	П. 6.6 №6.71(н), №6.73(н)	П. 6.6 №6.71(н), №6.73(н)	П. 6.6 №6.71(н), №6.73(н)	П. 6.6 №6.71(н), №6.73(н)	П. 6.6 №6.71(н), №6.73(н)

ЗНАЮ									
П. 6.6 №6.72(ч), №6.77(ч)	П. 6.6 №6.72(ч), №6.77(ч)	П. 6.6 №6.72(ч), №6.77(ч)	П. 6.6 №6.72(ч), №6.77(ч)	П. 6.6 №6.72(ч), №6.77(ч)	П. 6.6 №6.72(ч), №6.77(ч)	П. 6.6 №6.72(ч), №6.77(ч)	П. 6.6 №6.72(ч), №6.77(ч)	П. 6.6 №6.72(ч), №6.77(ч)	П. 6.6 №6.72(ч), №6.77(ч)

YMEIO

Π. 6.6 Νέ6.78 (Η), Νέ6.79 (Υ)	Π. 6.6 Νέ6.78 (Η), Νέ6.79 (Υ)	Π. 6.6 Νέ6.78 (Η), Νέ6.79 (Υ)	Π. 6.6 Νέ6.78 (Η), Νέ6.79 (Υ)	Π. 6.6 Νέ6.78 (Η), Νέ6.79 (Υ)	Π. 6.6 Νέ6.78 (Η), Νέ6.79 (Υ)	Π. 6.6 Νέ6.78 (Η), Νέ6.79 (Υ)	Π. 6.6 Νέ6.78 (Η), Νέ6.79 (Υ)	Π. 6.6 Νέ6.78 (Η), Νέ6.79 (Υ)	Π. 6.6 Νέ6.78 (Η), Νέ6.79 (Υ)
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ПОВТОРИМ



Постройте в одной
системе координат

$$y = x^2;$$

(1 балл)

$$y = 2(x + 4)^2 - 16(x + 2);$$

(2балла)

$$y = \frac{1}{2}x^2;$$

(1 балл)

Для параболы
 $y = 2(x + 4)^2 - 16(x + 2)$
найти:

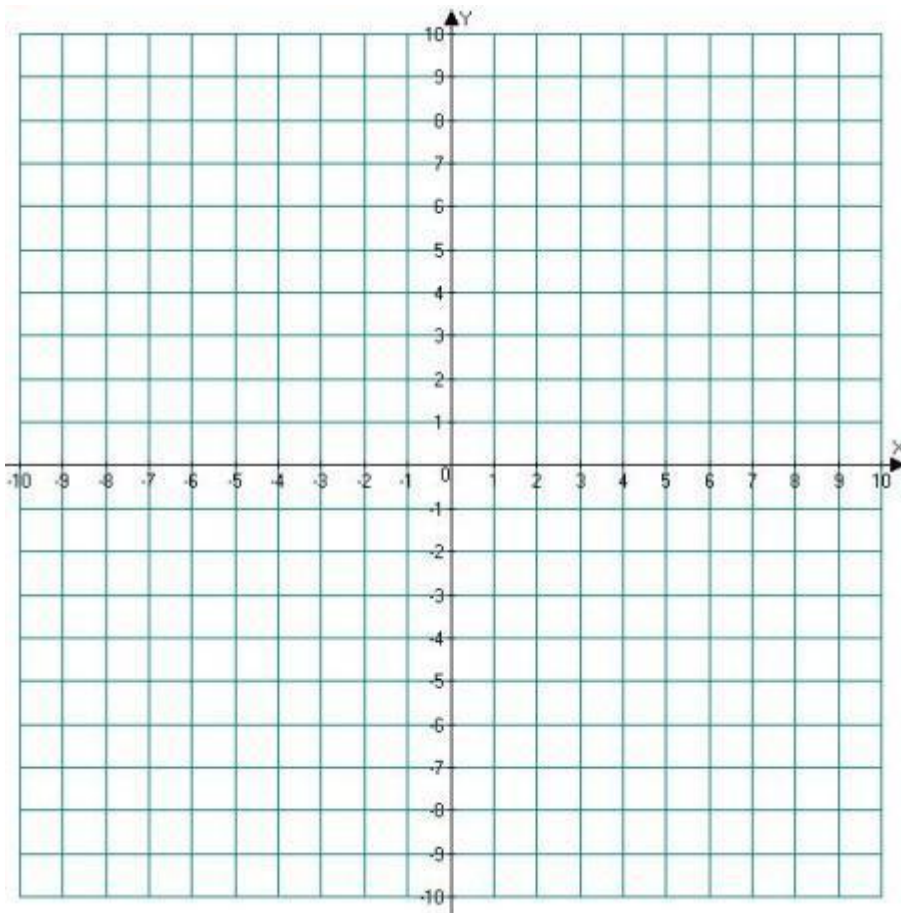
- а) координаты вершины;
- б) уравнение оси симметрии;
- в) координаты точек пересечения с осями OX и OY .

(3балла)

Заполните пропуски

1. Парабола $y = ax^2 + c$ получается _____ параболы
 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ вдоль оси _____:
на _____ единиц _____ при $c > 0$ и на _____ единиц _____ при $c < 0$.

(1 балл)



✓ Изобразить график функции:

$$y = -2x^2 + x + 6;$$

(2 балла)

ТЕСТ (по вариантам)

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>	<i>Баллы</i>
<i>1. Укажите координаты точек пересечения графика функции с осями OX и OY:</i>		
$y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2\frac{1}{2}$	$y = -2x^2 + 4x + 16$	<i>1</i>
<i>2. Найдите координаты вершины параболы:</i>		
$y = 9x^2 + 6x - 3$	$y = 4x^2 + 12x - 7$	<i>2</i>
<i>3. Изобразите схематично график функции</i>		
$y = -2x^2 - 4x + 6$	$y = 4x^2 + 4x - 8$	<i>3</i>
<i>4. При каких значениях t вершина данной параболы расположена:</i>		
<i>ниже оси OX</i> $y = 2tx^2 - 4x + 3$	<i>выше оси OX</i> $y = 2tx^2 - 4x + 3$	<i>4</i>

Итоговая отметка

Фамилия, имя _____

$$0,4 \boxed{} + 0,6 \boxed{} = \boxed{}$$

Оценка "роста" оценка за тест итоговая отметка

ПОВТОРИМ

Постройте в одной системе координат

$y = -2x^2;$
(1 балл)

$y = 2x(-x) + 6;$
(2 балла)

$y = -2x^2 - 5.$
(1 балл)

Для параболы

$y = 2x(-x) + 6$ найти:

- а) координаты вершины;
- б) уравнение оси симметрии;
- в) координаты точек пересечения с осями OX и OY .

(3 балла)

Заполните пропуски

Парабола $y = a(x - s)^2$

получается _____

параболы $y = \underline{\hspace{2cm}}$ вдоль
оси _____:

на _____ единиц _____

при $s > 0$ и на _____ единиц
_____ при $s < 0$.

(1 балл)

Изобразить график
функции:

$y = -2x^2 + x + 6$

(2 балла)

ТЕСТ (по вариантам)

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>	<i>Баллы</i>
<i>1. Укажите координаты точек пересечения графика функции с осями OX и OY:</i>		
$y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2\frac{1}{2}$	$y = -2x^2 + 4x + 16$	<i>1</i>
<i>2. Найдите координаты вершины параболы:</i>		
$y = 9x^2 + 6x - 3$	$y = 4x^2 + 12x - 7$	<i>2</i>
<i>3. Изобразите схематично график функции</i>		
$y = -2x^2 - 4x + 6$	$y = 4x^2 + 4x - 8$	<i>3</i>
<i>4. При каких значениях t вершина данной параболы расположена:</i>		
<i>ниже оси OX</i> $y = 2tx^2 - 4x + 3$	<i>выше оси OX</i> $y = 2tx^2 - 4x + 3$	<i>4</i>

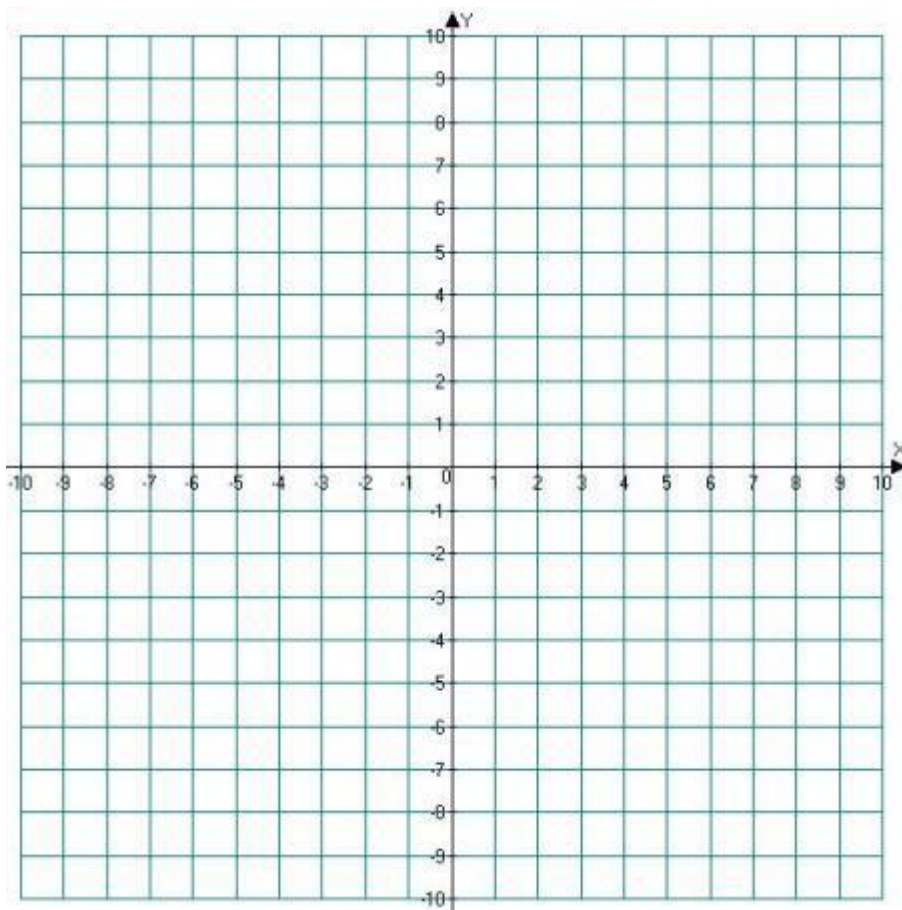
Итоговая отметка

Фамилия, имя _____

0,4 +0,6 =

Оценка "роста" оценка за тест итоговая отметка

ПОВТОРИМ



Постройте в одной системе координат

$$y = 5x^2;$$

(1 балл)

$$y = 5x^2 - 50x + 125;$$

(2 балла)

$$y = 5(x + 5)^2.$$

(1 балл)

Для параболы

$$y = 5x^2 - 50x + 125$$

найти:

- а) координаты вершины;*
- б) уравнение оси симметрии;*
- в) координаты точек пересечения с осями OX и OY .*

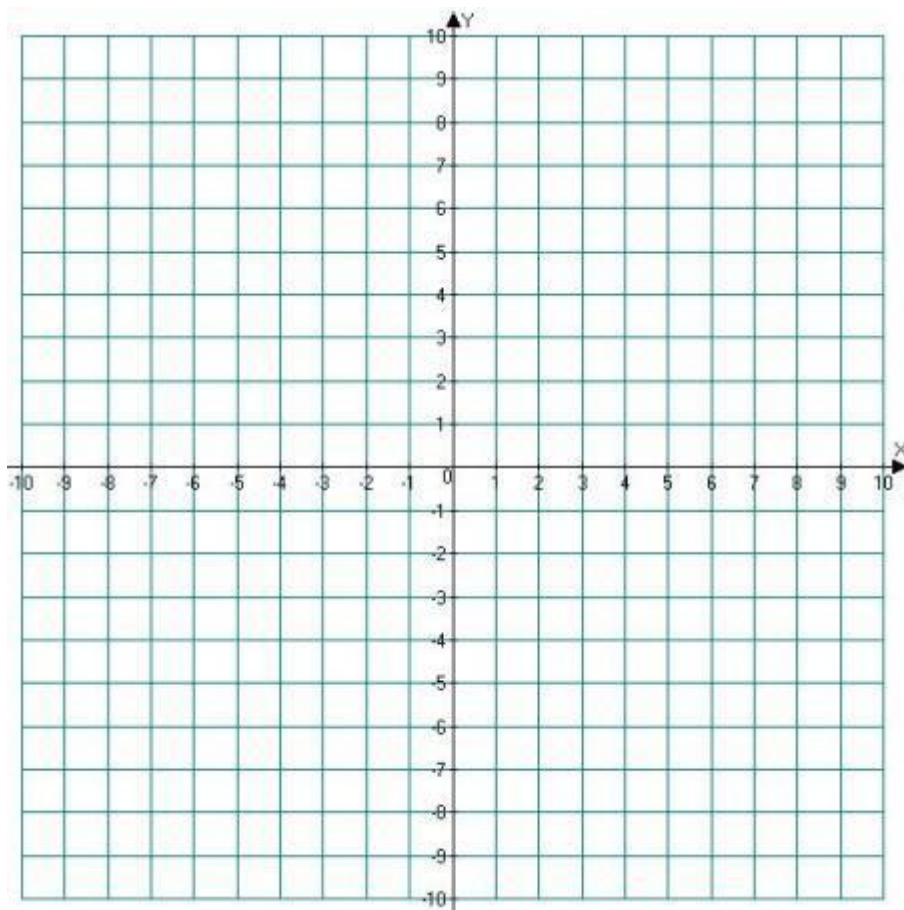
(3 балла)

Заполните пропуски

1. Если $a > 1$, то парабола $y = ax^2$ получается из параболы $y =$ _____ в a раз вдоль оси _____.

2. Если $0 < a < 1$, то парабола $y = ax^2$ получается из параболы $y =$ _____ в $\frac{1}{a}$ раз вдоль оси _____.

(1 балл)



Изобразить график функции:

$$y = -2x^2 + x + 6$$

(2 балла)

ТЕСТ (по вариантам)

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>	<i>Баллы</i>
1. Укажите координаты точек пересечения графика функции с осями <i>OX</i> и <i>OY</i> :		
$y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2\frac{1}{2}$	$y = -2x^2 + 4x + 16$	1
2. Найдите координаты вершины параболы:		
$y = 9x^2 + 6x - 3$	$y = 4x^2 + 12x - 7$	2
3. Изобразите схематично график функции		
$y = -2x^2 - 4x + 6$	$y = 4x^2 + 4x - 8$	3
4. При каких значения <i>t</i> вершина данной параболы расположена:		
ниже оси <i>OX</i> $y = 2tx^2 - 4x + 3$	выше оси <i>OX</i> $y = 2tx^2 - 4x + 3$	4

Итоговая отметка

Фамилия, имя _____

0,4 +0,6 =
 Оценка "роста" оценка за тест итоговая отметка

Ответы к тесту

№ задания	Вариант 1	Вариант 2
1	ОХ: (-5;0);(1;0) ОУ: $(0; -2\frac{1}{2})$	ОХ: (4;0);(-2;0) ОУ: (0;16)
2	$(-\frac{1}{3}; -4)$	$(-\frac{3}{2}; -16)$
3	(-1;8) вершина ОХ: (-3;0);(1;0) ОУ: (0;6)	(-0,5;-9) вершина ОХ: (-2;0);(1;0) ОУ: (0;-8)
4	$0 < t < \frac{2}{3}$	$t < 0$ или $t > \frac{2}{3}$

Ответы к тесту

№ задания	Вариант 1	Вариант 2
1	ОХ: (-5;0);(1;0) ОУ: $(0; -2\frac{1}{2})$	ОХ: (4;0);(-2;0) ОУ: (0;16)
2	$(-\frac{1}{3}; -4)$	$(-\frac{3}{2}; -16)$
3	(-1;8) вершина ОХ: (-3;0);(1;0) ОУ: (0;6)	(-0,5;-9) вершина ОХ: (-2;0);(1;0) ОУ: (0;-8)
4	$0 < t < \frac{2}{3}$	$t < 0$ или $t > \frac{2}{3}$

Ответы к тесту

№ задания	Вариант 1	Вариант 2
1	ОХ: (-5;0);(1;0) ОУ: $(0; -2\frac{1}{2})$	ОХ: (4;0);(-2;0) ОУ: (0;16)
2	$(-\frac{1}{3}; -4)$	$(-\frac{3}{2}; -16)$
3	(-1;8) вершина ОХ: (-3;0);(1;0) ОУ: (0;6)	(-0,5;-9) вершина ОХ: (-2;0);(1;0) ОУ: (0;-8)
4	$0 < t < \frac{2}{3}$	$t < 0$ или $t > \frac{2}{3}$