Определение синуса и косинуса произвольного угла

Урок математики в 10 классе

И. И. Бандарецкая,
учитель математики высшей категории
СШ № 15 г.Лиды

Математику нельзя изучать, глядя, как это делает сосед.
А.Нивен.

Цели урока:

образовательные:

- ввести понятие синуса и косинуса произвольного угла;
- рассмотреть знаки синуса и косинуса;
- сформировать умения и навыки нахождения значений выражений, содержащих синусы и косинусы углов;

развивающие:

- развивать и совершенствовать умения учащихся применять знания в различных ситуациях;
- находить решения в различных проблемных ситуациях;
- развивать грамотную математическую речь учащихся;

воспитательные:

- воспитывать у учащихся аккуратность, умение слушать, культуру поведения.

Тип урока: урок изучения нового материала.

Ход урока.

I. Организационный этап

Приветствие учителя, проверка готовности учащихся к уроку.

Учитель. Немецкий ученый Феликс Хаусдорф сказал: «Есть в математике нечто, вызывающее человеческий восторг и удивление». Как вы считаете, прав ли он? *(Дети высказывают свое мнение.)*

II. Актуализация знаний.

Учитель.Чтобы быть преуспевающим человеком, нужнособлюдать простые правила:1)применять полученные знания в повседневной жизни;2)никогда не говорить себе и другим «я не могу»;3)ставить цели и достигать их.Предлагаю вам сейчас самостоятельно поставить цель урока, для этого можете использовать ключевые слова: синус, косинус, плюс, минус, абсцисса, ордината.*(Дети называют цели, а учитель обобщает их.)*

Повторение пройденного материала.

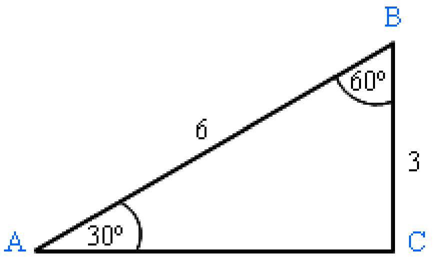
✓Что называют синусом острого угла?*(Отношение противолежащего катета к гипотенузе.)*

✓Что называется косинусом острого угла?*(Отношение прилежащего катета к гипотенузе.)*

Задание.Пусть в прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна 6, катет BC равен 3, угол A равен 30º.Найдите синус угла A и косинус угла B.

Для выполнения задания учащихся делят на 2 варианта: 1 варианту нужно найти значение синуса угла A,а второму – значение косинуса угла B(ученики самостоятельно выполняют в тетради).

<u>Решение.</u> Сначала нужно найти величину угла B. Угол B=90º – 30º = 60º.Вычислитьsin A



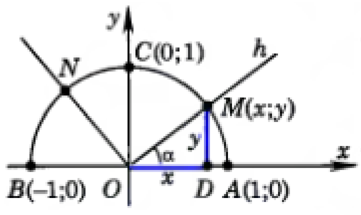
$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Затем вычислитьcos B. $\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

В итоге получается: $\sin A = \cos B = \frac{1}{2}$, или $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

III. Изучение нового материала

Учитель.Введем прямоугольную систему координат OXY и построим полуокружность радиуса 1 с центром в начале координат, расположенную в первом и втором координатных углах. Данная полуокружность называется единичной.



Определение.*Полуокружность* называется *единичной*, если ее центр находится в начале координат, а радиус равен 1.

Из точки O проведем луч h, пересекающий единичную полуокружность в точке M(x,y),обозначив буквой α угол между лучом h и положительной полуосью абсцисс. Если луч h совпадает с положительной полуосью абсцисс, то угол α равен 0 °.

Если угол α острый, то из прямоугольного треугольника DOM имеем:

$\sin\alpha = \frac{MD}{OM}$, а $\cos\alpha = \frac{OD}{OM}$. Но OM=1, MD– ордината точки, OD– абсцисса точки. Поэтому$\sin\alpha = y$, $\cos\alpha = x$.

Таким образом, синус острого угла α равен ординате y точки M, а косинус угла α- абсциссе x точки M.

Рассмотрите рисунок 31 учебного пособия и найдите значения синуса и косинуса для углов 0°,90°,180°,270°.Обсудите в парах и дайте определение синуса и косинуса произвольного угла.

<u>Решение:</u> sin 0° = 0, sin 90° = 1, sin 180° = 0, cos 0° = 1, cos 90° = 0, cos 180° = -1,sin270°=-1, cos 270°=0.

Учитель предлагает учащимся сравнить свою формулировку определения синуса и косинуса произвольного угла с той, которая дана в учебнике на странице19.

Определение.*Синусом* углаα называется ордината точки P α, полученной поворотом точкиP (1;0) единичной окружности вокруг начала координат на угол α, sin α= y.

Косинусом угла α называется абсцисса точкиP α, полученной поворотом точки P (1;0) единичной окружности вокруг начала координат на угол α. cos α=x.

Учитель.Теперь давайте определим знаки синуса и косинуса в разных четвертях. *<u>Знаки синуса.</u>*Так как $\sin\alpha = \frac{y}{R}$, то знак синуса зависит от знака y.В первой и второй четвертях y > 0, а в третьей и четвертой y< 0.Значит синус больше нуля,если угол α находится в первой или второй четверти, и синус меньше нуля, если угол α находится в третьей или четвертой четверти.

*<u>Знаки косинуса.</u>*Так как $\cos\alpha = = \frac{x}{R}$, то знак синуса зависит от знака *x* .Тогда в первой и четвертой четвертях x > 0, а во второй и третьей четвертях x< 0. Следовательно, косинус больше нуля, если угол α находится в первой или четвертой четвертях, и косинус меньше нуля, если угол α находится во второй или четвертой четвертях.

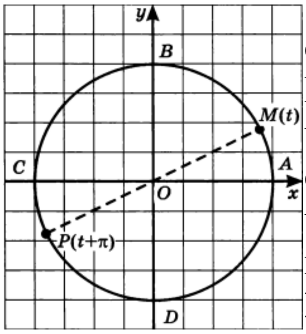
Давайте рассмотрим свойства синуса и косинуса произвольного угла

*<u>Свойство 1.</u>*Так как ординаты и абсциссы точек единичной окружности изменяются от -1 до 1, то для значения синуса и косинуса произвольного угла справедливы неравенства $-1 \le \sin\alpha \le 1$, $-1 \le \cos\alpha \le 1$.

*<u>Свойство 2.</u>*Для любого угла t справедливы равенстваsin(-t)=-sint,cos(-t)=cost.

Построим точку M, которая будет соответствовать углу t на числовой окружности, и точку P, которой будет соответствовать угол (-t) на числовой окружности, точка P симметрична точке M относительно оси абсцисс. У этих точек одна абсцисса, а это значит что cos(-t)=cost. И у таких точек равные по модулю, но противоположные по знаку ординаты, что говорит о том, что sin(-t)=-sint.

<u>*Свойство 3.*</u>Так как числам t и $t+2\pi k$ соответствует одна и та же точка числовой окружности, то справедливы равенства$\sin(t+2\pi k)=\sin t$, $\cos(t+2\pi k)=\cos t$.



<u>*Свойство 4.*</u>Для любого угла t справедливы равенства$\sin(t+\pi)= -\sin t$; $\cos(t+\pi)= -ost$.

Если числу t соответствует точка M числовой окружности, то числу $t+\pi$ соответствует точка P, симметричная точке M относительно центра окружности – начала координат. У таких точек абсциссы равны по модулю, но противоположны по знаку, и ординаты равны по модулю, но противоположны по знаку.

IV. Закрепление изученного материала

№ 1.43 (устно)

а)$\sin x= \frac{4}{5}$;$\cos x=\frac{3}{5}$,первая четверть;

г)$\sin x=0{,}6$, $\cos x=-0{,}8$, вторая четверть.

№1.51. Вычислить

а)$\sin\frac{3п}{2}+\sin\frac{п}{6}=-1+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$;

б)$-\cos 2п* \cos\frac{п}{3} =1*\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

Самостоятельная работа с последующей самопроверкой.

<u>Вариант 1.</u>В заданиях 1 – 3 указать четверть, в которой находится точка, полученная поворотом точки P(1;0) на заданный угол:1) $\frac{2n}{3}$; 2) 460°; 3) $-\frac{5n}{3}$.

В заданиях 4 – 13 вычислить: 4)$\cos\frac{п}{3}$; 5) $\sin\frac{п}{6}$; 6) $\cos\frac{3п}{2}$; 7) cos60°; 8) sin135°; 9)$\sin\frac{2п}{3}$; 10)$\cos\frac{5п}{6}$; 11) $\cos(-\frac{п}{6})$; 12) $\sin (-\frac{п}{4})$; 13)$\sin (-\frac{5п}{6})$.

<u>Вариант 2.</u>В заданиях 1 – 3 указать четверть, в которой находится точка, полученная поворотом точки P(1;0) на заданный угол:1) $\frac{7n}{6}$; 2) 160°; 3)$-\frac{5n}{6}$.

В заданиях 4 – 13 вычислить: 4)$\sin\frac{п}{3}$;. 5) $\cos\frac{5п}{2}$; 6)$\sin\frac{п}{4}$; 7) sin30°; 8) cos120°; 9)$\cos\frac{5п}{3}$; 10)$\cos\frac{3п}{4}$; 11)$\sin\frac{47п}{6}$; 12)$\cos (-\frac{п}{4})$; 13)sin-270°.

После выполнения заданийучащиеся обмениваются тетрадями и сравниваютполучившиеся у них результаты с ответами на доске.

V. Домашнее задание

Глава 1 параграф 2 № 1.48; 1.50;1.65*(по желанию).

VI. Подведение итогов. Комментирование отметок

Учащиесяотвечают на вопросы.

✓Чему равен синус произвольного угла?*(Синус произвольного углаα равен ординате точки.)*

✓Чему равен косинус произвольного угла?*(Косинус произвольного угла α равен абсциссе точки.)*

✓Как определить знаки синуса или косинуса?*(Нужно определить, в какой четверти лежит точка с заданными координатами,или данный угол* α*.)*

VII. Рефлексия

Учитель.Достигли ли вы личной цели, которую поставили в начале урока? Что вызвало затруднение и почему? *(Дети высказываются.)*